
ARTÍCULO

**Habilidades del siglo XXI y Socioepistemología.
Homenaje a Ricardo Cantoral****21st-century skills and Socioepistemology.
A tribute to Ricardo Cantoral**Astrid Morales **Soto*** ORCID iD 0000-0001-7569-6362Arturo Mena **Lorca**** ORCID iD 0000-0002-8150-2832Jaime Mena **Lorca***** ORCID iD 0000-0003-2274-4716**Resumen**

La globalización y la complejidad y amplitud crecientes de los fenómenos que la humanidad debe enfrentar presionan a muchos escenarios, y, ciertamente, al educacional. Los currículos incorporan habilidades del siglo XXI, HsXXI, tanto para atender necesidades que incrementan como para dar mayores oportunidades a los individuos. Sin embargo, no es obvio que las decisiones tomadas se implementen, ni que los profesores dispongan de preparación suficiente para ello. Peor aún, se debe considerar la posibilidad de que tales medidas sean indebidas para los profesores, y que excluyan a un sector de los estudiantes y ejerzan violencia simbólica sobre la mayoría. Por su parte, desde 1990, Ricardo Cantoral, sus colaboradores y seguidores, han venido desarrollando una perspectiva educacional de la matemática que no comienza en la escuela, sino en la sociedad que produce y utiliza conocimiento. En este ensayo de homenaje a Ricardo Cantoral, examinamos uno de sus trabajos como opción explícita para valernos de la Socioepistemología para tratar la compleja problemática señalada, y concluimos que esa opción es apropiada para abordarla, y que situarla vis a vis las HsXXI permite actualizar aquellas categorías.

Palabras clave: Socioepistemología. Habilidades del siglo XXI. Exclusión. Violencia simbólica.

Abstract

* Doctora en Matemática Educativa por el Instituto Politécnico Nacional (IPN) de México. Profesora adjunta del Instituto de Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (PUCV), Valparaíso, Chile. E-mail: astrid.morales@pucv.cl.

** Doctor en Matemática Educativa por el Instituto Politécnico Nacional (IPN) de México. Profesor agregado del Instituto de Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (PUCV), Valparaíso, Chile. E-mail: arturo.mena@pucv.cl.

*** Doctor en Matemática por la University of IOWA de Estados Unidos. Profesor agregado del Instituto de Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (PUCV), Valparaíso, Chile. E-mail: jaime.mena@pucv.cl.

Globalization and the growing complexity and breadth of the phenomena that humanity must face put pressure on many scenarios, and as expected, it occurs on the educational scenario too. The curricula incorporate XXI century skills, HsXXI, to meet growing needs and give individuals more significant opportunities. However, it is not obvious that the decisions made are implemented, nor that teachers have sufficient preparation for them. Furthermore, we must consider the possibility that these measures may be inappropriate for teachers and may exclude a sector of students and might be exercising symbolic violence over the majority of them. On the other hand, since 1990, Ricardo Cantoral, his collaborators, and his followers have been developing an educational perspective of mathematics that does not begin in school but in the society that produces and uses this knowledge. In this essay, paying tribute to Ricardo Cantoral, we examine one of his works as an explicit option to make use of Socioepistemology to deal with the complex problem indicated, and we conclude that this option is appropriate to address it and that placing the problem *vis-à-vis* the HsXXI allows us to update those categories.

Keywords: Socioepistemology. 21st-century skills. Exclusion. Symbolic violence.

1 Introducción

La literatura educacional internacional presenta un extenso y complejo relato acerca de Habilidades del Siglo Veintiuno, HsXXI, y de competencias del siglo. Las competencias se definen frecuentemente como un conjunto de conocimientos, habilidades y actitudes (o valores); por ejemplo, los necesarios para participar en una sociedad crecientemente diversa y en la fuerza laboral (APEC, 2004). Su inclusión en los currículos y prácticas de aula permitiría sintonizar la enseñanza con los requerimientos de los tiempos (MINEDUC, 2019).

El propósito, eventualmente declarado, de esta tendencia, es sumarse a la globalización, *incluir* a los ciudadanos en el nuevo orden de cosas (MINEDUC, 2019). Del enunciado de propósitos a su consecución, sin embargo, hay un trecho perceptible, y, respecto de determinadas habilidades, en ocasiones se avanza en sentido contrario al enunciado.

Globalización y HsXXI no son fenómenos que se puedan ignorar sin más en la educación. En este ensayo, que elaboramos en homenaje a Ricardo Cantoral, los abordaremos mediante la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, TSME – cuya creación es parte de su legado – y, en particular, un trabajo suyo con una tesista, referido explícitamente a la exclusión. Con ello, procuramos mostrar la importancia de su visión para referirnos a la dimensión educacional de aquellos fenómenos, y también a (parte de) el impacto que las HsXXI hacen sobre la propia TSME: según nuestro parecer, esta teoría permite enfrentar la exclusión que puede ejercer el sistema educacional sobre los individuos y, además, contribuye al desarrollo de las HsXXI, y, por su parte, la globalización está modificando el alcance de la conceptualización que utiliza la TSME para sus análisis.

Nos apoyamos en información proveniente de nuestro país, Chile, en la convicción de que parte de ella representa, también, aspectos relevantes de otras realidades.

2 Habilidades del siglo XXI y ecosistema

Organismos internacionales – UNESCO, APEC, OCDE etc. –, un buen número de países, organizaciones de variado tipo, e investigadores de diversa procedencia, han ofrecido sus propios listados de habilidades o competencias a la comunidad; por ejemplo, en los documentos curriculares de distintos países (e. g., MINEDUC, 2019). Tales enumeraciones tienen un núcleo común, pero enfatizan aspectos distintos. Ello parece decir relación con los propósitos de instituciones o investigadores, y con decisiones o perspectivas anteriores al estudio, eventualmente relacionadas con la idiosincrasia de los proponentes.

En lugar de intentar la ímproba tarea de innovar en estos listados, determinar cuál de ellos es apropiado, o cuestionar su pertinencia, nos parece adecuado asumir, siquiera provisionalmente, el que está en uso en la comunidad local (e. g., en el currículo) y examinar maneras en que se puede integrar en el aula. La investigación proveerá seguramente de evidencias para construir una crítica más acabada y avanzar en la dirección que se convenga. Adicionalmente, y dado que la toma de decisiones supone elecciones de unas habilidades por sobre otras, convendría, si no jerarquizarlas en su conjunto, al menos priorizar algunas.

Los diversos listados suelen coincidir en la creatividad, el pensamiento crítico, la comunicación, la colaboración, la metacognición, la alfabetización digital; el uso de la información; la ciudadanía local y global; la responsabilidad personal y social (MINEDUC, 2019).

En Chile, la asignatura Matemática se encarga, a lo largo del currículo, del desarrollo de cuatro habilidades básicas – representar, comunicar y argumentar, resolver problemas, y modelar – y de las de formular y justificar conjeturas, y analizar, interpretar y evaluar datos e información. Las habilidades tecnológicas digitales se limitan a buscar, seleccionar, manejar y producir creativamente información matemática o cuantitativa confiable a través de la Web; trabajar colaborativamente en línea; conocer los derechos propios y los de los demás; diseñar, crear y/o programar aplicaciones relacionadas con Matemática y otras áreas (MINEDUC, 2019). A ello se une una saludable preocupación por el pensamiento computacional, cuya presencia en los currículos de los países aumentará (Cf. Araya; Isoda; González, 2020).

2.1 HsXXI y sistema escolar

2.1.1 El currículo

En general, dos son las finalidades principales de la educación obligatoria: facultar para el crecimiento integral de los individuos, y para la obtención de empleo. Obtener un empleo es, hoy, considerablemente más complejo que en el pasado. A lo largo de su vida, las personas suelen desempeñar una decena de empleos ostensiblemente diferentes (Cf. Bureau of Labor Statistics, 2021), y aumenta la demanda de habilidades en lugar de especializaciones (Davidson, 2022). Según el *World Economic Forum* (2020), en un lustro, unos 75 millones de individuos perderán su trabajo, y ya se habla de personas laboralmente irrelevantes (Harari, 2016).

El perfil de egreso de secundaria explicita competencias, actitudes y habilidades, con el fin de que los estudiantes logren ser ciudadanos activos e integrados a la sociedad (MINEDUC, 2009). A ello hay que sumar preocupaciones por pandemias, el calentamiento global, el aumento de la desigualdad, el control de la propia vida, la confianza pública, *Big data*, la inteligencia artificial, la internet de las cosas (IoT) etcétera; es obligatorio ocuparse de estas cuestiones, tanto en forma individual como comunitaria.

2.1.2 Los profesores

Grandes demandas, antiguas y nuevas, presionan fuertemente a todo el sistema educacional, y, en particular, a los profesores, a quienes se suele responsabilizar de los resultados. Ahora bien, es frecuente que su formación inicial sea excesivamente variada, que deje lagunas en la formación matemática (OECD, 2017), que no tienda puentes suficientes para que las vertientes pedagógicas y disciplinarias confluyan en un proyecto común (OCDE, 2004), aunque el profesor debe hacer una síntesis armoniosa de ellas, necesaria para su práctica de aula.

El profesor suele trabajar en forma aislada, lo que obstaculiza sus propuestas de innovación (OCDE 2004); tiene una carga laboral excesiva (OCDE, 2017); su salario es variable y, eventualmente, insuficiente; la infraestructura y la tecnología en su lugar de trabajo varía notoriamente. A la vez, ha debido ir agregando a su enseñanza nuevas materias, *software*, pensamiento computacional, nociones de cálculo infinitesimal (MINEDUC, 2019).

2.1.3 Globalización

Hay quienes piensan que se debe encarar, también, la educación como un fenómeno global, y diversas iniciativas apuntan en esta dirección (Liu, 2022). A lo ancho y largo del mundo, bajan los índices de pobreza, pero aumentan la vulnerabilidad, la desigualdad, la

exclusión y la violencia; mejoran los marcos de derechos humanos, pero hay grandes dificultades en su implementación y protección; hay discriminación contra las mujeres y violencia contra ellas y los niños. Aumenta la interconexión y se abren nuevas vías para el intercambio, la cooperación y la solidaridad, y a la vez, se incrementan la intolerancia cultural y religiosa, el conflicto. Aumentan el calentamiento planetario, el deterioro del medio ambiente y las catástrofes naturales, y también el subempleo, el desempleo juvenil y el empleo precario. Adicionalmente, se debe proteger la identidad local o regional (De Beukelaer; Pyykkönen; Singh, 2015).

2.2 Enseñanza de habilidades

2.2.1 Dificultad de la enseñanza

A menudo, la extensa documentación gubernamental en la que se explicitan conocimientos, habilidades y actitudes y sus relaciones recíprocas no es bien conocida por los profesores (Cf. MINEDUC, 2019), lo que dificulta su implementación. Además, es obvio que se tiene más experiencia en la enseñanza de conocimientos que en la de habilidades; se sabe que las modificaciones en la práctica de aula son más lentas que lo deseable, y no hay trazas de que, en cuanto a habilidades, se pueda proceder con mayor rapidez (Rotherham; Willingham, 2010). Incluso, cabe preguntarse si, en general, las habilidades pueden someterse a procesos de enseñanza y aprendizaje (OECD, 2019a); en todo caso, esa enseñanza debe hacerse en el contexto de un conocimiento determinado, el cual no es solo un medio para ella.

La enseñanza de habilidades no puede lograrse con los métodos habituales (OCDE, 2019a), debe ser más abierta que la de conocimientos, es más compleja de implementar y de evaluar; la práctica de habilidades requiere de actitudes, competencias, conocimientos, retroalimentación (Silva, 2009). Se necesita entrenamiento *ad hoc* para los profesores, apoyo específico de las escuelas, investigación de los resultados (Rotherham; Willingham, 2010).

Podría darse que las HsXXI sean algo en que estemos de acuerdo, pero en cuya implementación no tengamos interés suficiente, y no obtengamos los frutos deseados. Por ejemplo, la observación de 780 aulas, en EUA, encontró que, tras disminuir significativamente el número de estudiantes por aula, la enseñanza (de cualquier contenido) continuó centrándose, en una razón de 11:1, en las habilidades básicas acostumbradas, independientemente de la formación y experiencia de los profesores (Shapson *et al.*, 1980). Ello podría deberse a la rendición de cuentas basada en pruebas estandarizadas, y manifiesta incoherencia entre

propósitos e implementación de las HsXXI (Bellei; Morawietz, 2016). Incluso, es fácil percibir que, a veces, se procede en una dirección contraria a esos propósitos: el estudiante, en lugar de sentirse convocado a desarrollar su espíritu crítico, independiente, considera que su rol es repetir fielmente lo que realiza el profesor¹.

2.2.2 Indicadores internacionales

La prueba PISA mide la *competencia matemática*: la capacidad para razonar matemáticamente y “formular, emplear e interpretar la matemática para resolver problemas en una variedad de contextos” (OCDE, 2019b, p. 75); ella favorecería conocer el rol de las matemáticas en el mundo, y fundamentar decisiones y juicios (OCDE, 2019b). En los países latinoamericanos en que se toma la prueba, la razón aproximada de niños que alcanzan los dos niveles más altos reunidos es menor que 15:1000; la de estudiantes bajo el Nivel 2 es 2:3. Hay una brecha de al menos dos años entre esos países y el promedio de la OECD, y de tres años con los de más alto desempeño (OECD, 2017); resultados significativamente inferiores de las mujeres (MINEDUC, 2019) y de los estudiantes de menores recursos (OECD, 2017). Esos resultados son consistentes con los del Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE), de la UNESCO, y los de *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) (OECD, 2017).

Es natural que se piense en acortar la brecha entre nuestros países y otros de mejor rendimiento; pero es obvio que difícilmente ello se logrará con las maneras de trabajar habituales.

2.2.3 La necesidad de priorizar

Un plan comprensivo y abarcador puede resultar, además de gravoso, poco eficiente. Ello es un aliciente más para priorizar las HsXXI a las cuales dedicar nuestra atención. APEC (2004) prioriza lo que llama *competencias de alcance global del siglo XXI*: aprendizaje permanente, resolución de problemas, autogestión y trabajo en equipo. Más recientemente, los países del sudeste asiático, agrupados en Southeast Asian Ministers of Education Organization (SEAMEO) han manifestado su preferencia por el desarrollo del pensamiento crítico,

¹ Centenares de profesores han atestiguado a los autores haber tenido la experiencia de recibir una pregunta de una personita que le pide ayuda con su estudio/tarea y ver que su entusiasta respuesta se estrella con un “¡No! El profesor/la profesora, me dijo a-sí!”.

independiente (Pascua Valenzuela, 2022). Abogamos, además, por las habilidades tecnológicas en un sentido definido.

2.3 Una perspectiva general

Las HsXXI no son privativas de este siglo. Resolver problemas se ha hecho durante toda la evolución del género *homo sapiens*; el trabajo colaborativo es primordial desde la prehistoria (Harari, 2016). Propias del siglo XXI son, más bien: las habilidades tecnológicas digitales, la escala a la cual se emplean, y la noción de que su desarrollo es indispensable para enfrentar la problemática global y el éxito individual. Se necesita, al respecto, un cambio de enfoque.

2.3.1 Un mundo más complejo

La humanidad enfrenta grandes tareas. La pandemia Covid-19 ha relevado la necesidad de comprender datos y gráficos estadísticos y tener un mínimo de criterio probabilístico, para tomar decisiones razonablemente informadas. Entender el calentamiento global supone saber reconocer en este gran problema constituyentes de menor amplitud, visualizar dependencia entre variables, comprender en cierta medida cómo comportamientos generales se originan en fenómenos eventualmente muy pequeños; todo ello habla de pensamiento computacional.

Por otra parte, la desigualdad tiene, ahora, una cara diferente. Las aplicaciones, *apps*, simplifican la vida; sin embargo, están reemplazando a muchas personas, y toman ya un protagonismo preocupante para la confianza pública y el control de la propia individualidad (ARAYA; ISODA; VAN DER MOLEN MORIS, 2021).

2.3.2 Una visión antropológica

Se habla de transitar hacia la Sociedad 5.0 (OECD, 2016). Una idea subyacente es que, relegando a las *apps* procedimientos que ellas pueden realizar, la vida de los seres humanos mejore: enfocarse libremente en asuntos de su interés, emplear menos tiempo en rutinas y más en creatividad (Council for Science, Technology and Innovation, 2017). Aun cuando en nuestros países hay muchos y gravitantes problemas (sociales, económicos, políticos) que resolver, parte de aquel tránsito ya nos está alcanzando. Cabe preguntarse, al menos, hasta qué punto podemos seguir ignorando o minusvalorando en las aulas la presencia simplificadora que representan las *apps*. Un punto de vista antropológico ayuda a focalizar la atención en los

aspectos más relevantes de esta cuestión (Cf. Mena-Lorca, 2022).

Donald (1991, 2007) dice que la *Cultura mítica*, propia del *homo sapiens*, aparece con el lenguaje; ella depende de representación y comunicación simbólicas; se puede elaborar y comunicar sobre qué son y qué significan las cosas. La *Cultura teórica* comienza con la escritura: se registran hechos y fenómenos complejos con símbolos externos, fuera de los cerebros; la memoria se exterioriza, y mejora la capacidad de relacionar ideas, de pensar analíticamente; es natural que la enseñanza enfatice las habilidades de cómputo; en matemáticas, la memoria es un insumo para realizar el paso de una expresión simbólica a otra. Tal mirada cuestiona el alcance que el currículo otorga a algunos de sus elementos.

2.3.3 Pensamiento computacional y tecnología digital

Desde 2006, Jeanette Wing viene insistiendo en que el pensamiento computacional es una competencia necesaria para toda la población. Notemos que la problemática de la Sociedad 5.0 requiere de pensamiento computacional y no solo de alfabetización computacional.

Por otra parte, la manifiesta importancia educacional de internet como una gran biblioteca (Donald, 2007) es excedida largamente por la externalización de procesos que solo se realizaban al interior de los cerebros de los seres humanos – e. g., cálculos aritméticos, derroteros geográficos, corrección ortográfica, cálculo simbólico avanzado –, lo que comporta disminución del rol actual de la memoria, y mayor oportunidad de desarrollar otras habilidades (Cf. Shaffer; Kaput, 1988). Adicionalmente, ello favorece el desarrollo de HsXXI: pensamiento crítico, creatividad, modelación, resolución de problemas, y también el pensamiento computacional, que orquesta los procesos. Adicionalmente, las habilidades digitales potencian el desarrollo de las otras (Cf. Villani *et al.*, 2018).

2.3.4 Educación y tecnología digital

La situación que describimos ofrece oportunidades antes inexistentes, y es posible extraerle un profundo efecto democratizador. Por supuesto, ello requiere de ajustes en la evaluación de los aprendizajes; pero reparemos en que estos nunca debieron limitarse a repetir lo que otros pensaron; lo que está en juego, para el individuo y para la humanidad, es la posibilidad de enfrentar los grandes retos en los sentidos individual, local y global.

2.3.5 Una opinión discordante

El currículo de cualquier país procura asegurar la inclusión de sus egresados en el sistema productivo y cultural: les ofrece una posibilidad de ascenso social, cubre los diversos aspectos necesarios para participar de la sociedad como individuos y ciudadanos productivos, proactivos, que comparten los bienes de la nación y a ellos contribuyen (e. g., MINEDUC, 2019).

Tales declaraciones son expresamente rechazadas por el sociólogo Pierre Bourdieu, quien observa que la gran mayoría de los *mejores estudiantes* pertenece a un medio social privilegiado, asiste a las escuelas de mayor prestigio, obtiene trabajos en los que ejerce poder. Afirma que la función de la escuela es conseguir tanto que el acceso al capital cultural sea inequitativo como que esa desigualdad se perciba como natural y genuina. Currículo, profesores y textos legitimarían el conocimiento que imparten y la institución de la escuela y su poder (Bourdieu, 1994); esta, al imponer una visión de la sociedad y sus divisiones (Bourdieu, 1987), favorecería la reproducción de las relaciones de poder prevalecientes (Bourdieu; Passeron, 2005). La escuela ejerce *violencia simbólica* sobre los estudiantes, es decir, les impone una cultura arbitraria como si ella fuera natural, indesmentible (Bourdieu, 1997), los excluye al hacerlos reconocer la superioridad o justicia de la cultura dominante (Bourdieu; Passeron, 2005), y los convence de que son excluidos por sus propios déficits (Littlewood, 2005).

Esta perspectiva contrasta vivamente con los propósitos enunciados por cualquier currículo, que declaran procurar que las personas se conviertan en individuos críticos, independientes. La cuestión es inexcusable, y debe tenerse presente que, en cuanto a las HsXXI, se está hablando en términos globales, que afectan a la cultura del planeta, asunto discutido más adelante.

2.4 Matemáticas y HsXXI

El desarrollo de habilidades da una orientación al trabajo de aula que ofrece oportunidades para el ciudadano común, quien no necesariamente estudia para ser un profesional o un académico.

2.4.1 Habilidades digitales

Conocer el lenguaje matemático es necesario para el aprendizaje de la disciplina, pero obviamente, no es suficiente (Kline, 1998), y es desafortunado que, para muchos estudiantes, el aprendizaje consista en retener información en la memoria, carente de comprensión. Por otra

parte, es claro que, en matemáticas, llega un momento en que un avance ulterior puede requerir de otro lenguaje u otras capacidades.

Aunque muchos estudiantes, carentes de destrezas operatorias, no tienen, hoy, oportunidad de tratar problemas, es evidente que lo que necesita de matemáticas un ciudadano común no es habilidad de cómputo, y una cuestión central es, entonces, hasta dónde aprovechar las habilidades digitales para ofrecer a más estudiantes oportunidades de aprender matemática, sus usos, su relevancia, su conexión con otras áreas del saber: un largo, profundo y seguramente fructífero tema de investigación (Cf. Villa-Ochoa; Castrillon-Yepes, 2020); sin embargo, no parece posible seguir postergando la presencia decidida de tecnología digital en las aulas. Enteramente congruente con ello, es que la resolución de problemas use un enfoque abierto (Isoda, Arcavi; Mena-Lorca, 2012) que precisa de formulación de conjeturas, estrategias, creatividad.

2.4.2 Contribución de la matemática

No toda persona participará de igual manera en la resolución de los grandes problemas de la humanidad, pero el ciudadano común debe tener alguna inteligencia de los modelos en uso, y algunas nociones de probabilidad y estadística, para comprender situaciones, reaccionar apropiadamente, y cooperar así en estrategias de control (e. g., de pandemias). La matemática no solo es indispensable para comprender disciplinas que se desarrollan íntimamente ligadas a ellas, sino que, más en general, desarrolla la creatividad (Sánchez; Font; Breda, 2022).

3 Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa

La Socioepistemología, o Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, TSME, se interesa en la producción, transmisión y difusión del conocimiento matemático (Cantoral, 2016). Para ello, estudia y cuestiona no solo los saberes que se enseñan, sino también qué tipo de saber matemático constituyen, y para qué y a quién se enseña (Cordero, 2016).

3.1 Algunos elementos de la TSME

3.1.1 Construcción social del conocimiento

La TSME asume la perspectiva de la *construcción social* del conocimiento matemático

por comunidades de personas en situaciones que les son relevantes. Integra cuatro componentes fundamentales: “la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza” (Cantoral, 2016, p. 61). En situaciones de enseñanza y aprendizaje, los conceptos y procesos en juego no solo son los aceptados por la comunidad matemática o educativa, e incluyen actividades y prácticas provenientes de otras esferas de la actividad humana (Cantoral, 2016). La enseñanza debería centrarse en las *prácticas sociales* que producen conocimiento y no en los objetos matemáticos (Cantoral, 2016). El *conocimiento* matemático se convierte en *saber* cuando se ha socializado en ámbitos no escolares; su relación con el sistema de enseñanza se traduce en transformaciones que afectan, directamente, a su estructura y su funcionamiento y a las relaciones entre profesores y estudiantes (Cantoral *et al.*, 2006).

3.1.2 Matemática funcional

La TSME pretende que el estudiante construya *matemática funcional*, o *conocimiento (matemático) funcional*, que es el conocimiento útil de la gente en situaciones del cotidiano de la vida y del trabajo (Cordero *et al.*, 2022), el cual permite la adquisición de competencias útiles para comprender el mundo circundante, y que se incorpora orgánicamente en el aprendiz y transforma su realidad (CORDERO, 2006).

3.1.3. Discurso matemático escolar

Como consecuencia del intento de introducir y validar un saber en el aula, se originan discursos que procuran favorecer la comunicación de procedimientos y conceptos, y que están regulados, en parte, por el paradigma que establece que los estudiantes primero aprendan una materia y, luego, la apliquen en situaciones que les resultan artificiales o poco significativas (Cordero, 2016). Así, el saber se despersonaliza, descontextualiza, pierde su sentido y significado originales, y queda reducido a una colección de temas aislados y secuenciados: los contenidos de una asignatura. Estos discursos constituyen el *discurso matemático escolar*, dME (LEZAMA, 2005), que obstruye la construcción de una matemática funcional.

El dME exhibe características que lo oponen al desarrollo del conocimiento funcional: atomización en los conceptos – no se consideran los contextos sociales y culturales que permiten la constitución del conocimiento –; carácter hegemónico – preferencia por cierto tipo de argumentaciones, significados y procedimientos –; concepción de una matemática

preexistente y acabada; falta de marcos de referencia para *resignificarla*² – omisión de que ella responde a otras disciplinas, en las cuales encuentra significados naturales –; ausencia de contextos sociales y culturales que permitan la constitución de la disciplina; carácter *utilitario* del conocimiento – se antepone su utilidad a sus restantes cualidades – (Cantoral *et al.*, 2006). Esas características lo constituyen como *sistema de razón* (Soto; Cantoral, 2014, p. 1534), en el cual la exclusión de los individuos de la construcción del conocimiento, abordada más adelante, juega un papel importante. (Cordero *et al.*, 2015).

La TSME pretende *rediseñar* el dME mediante una ruptura epistemológica con el paradigma que lo sustenta, para promover el conocimiento matemático funcional (Cordero *et al.*, 2015). Ello requiere de *resignificación* del conocimiento matemático: un proceso en el cual los estudiantes construyen conocimiento aportando sus significados (Cantoral, 2016); y que manifiesta la movilidad de sus usos y significados en situaciones específicas, propias de otros dominios de conocimiento y del cotidiano de la vida (Mendoza-Higuera *et al.*, 2018). La resignificación busca los elementos que favorecen la construcción social del conocimiento; por sobre reorganizar los enunciados, cambiar su estructura o usar diversas representaciones, lo primordial es aquella construcción.

3.1.4 Modelación y graficación

Para la TSME, la modelación y la graficación permiten redefinir la enseñanza de la matemática y rediseñar el dME (Mena-Lorca *et al.*, 2022).

La *modelación* es una construcción que realiza un individuo o una comunidad al enfrentarse a una tarea matemática en la que pone en juego su conocimiento; una actividad generadora de conocimiento matemático escolar (Cordero, 2006). Desarrolla competencias propias de un trabajo colectivo donde la matemática tiene un rol, sin el requisito de conocer de antemano los contenidos que se pondrán en juego (Pezoa; Morales, 2016).

Por su parte, la *graficación*, al ajustar su estructura para producir patrones deseables, se convierte en un medio para el desarrollo del razonamiento y la argumentación (Cordero, 2006), que trasciende y se resignifica, transformando el objeto en cuestión (Suárez; Cordero, 2010). En su labor diaria, comunidades de distintos tipos utilizan, a su modo, gráficos y diversas aplicaciones para extraer información, tomar decisiones o comunicar resultados (Mena-Lorca; Klenner; Alarcón-Remulcao, 2021). En el aula, los estudiantes pueden apoyarse principalmente

² Se explicitará a continuación.

en representaciones que realicen y manipulen por sí mismos, y extraer información cualitativa de ellas; siempre que sea posible, razonar directamente con las gráficas (Mena-Lorca; Mena-Lorca; Morales, 2022). Cuando nos referimos a graficación, lo hacemos en esta acepción, que permite resignificar la matemática, enfrentando situaciones que le dan sentido, y profundizando en las propiedades de los contenidos abordados (Morales; Cordero, 2014).

3.2 Exclusión y TSME

Ricardo Cantoral dirigió la tesis doctoral de Daniela Soto sobre la exclusión, de 2014, y juntos publicaron el artículo que comentamos (Soto; Cantoral, 2014). En este, siguiendo a Bourdieu, afirman que el dME produce violencia simbólica al imponer “Significados, Argumentaciones, Procedimientos” (Cf. Cordero, 2001, p. 1534), y excluye de la construcción de conocimiento a profesores, estudiantes y otros actores. Ofrecen un modelo explícito para tratar esa exclusión, que nos parece lúcido y adecuado, y que reseñamos y comentamos como parte de un testimonio de agradecimiento a Ricardo Cantoral, al cual seguramente otros trabajos se sumarán. Añadimos, cada vez, comentarios coherentes con su enfoque, y referencias a las HsXXI, para mostrar cómo estas coadyuvan al rediseño del dME.

3.2.1 La regla de L'Hôpital

Soto y Cantoral (2014) toman la llamada Regla de L'Hôpital, RLH, como caso de estudio del dME en cuanto causante de exclusión. Esa deliberada elección presenta un par de rasgos interesantes: por una parte, una regla es principalmente un recurso operatorio y parece poco probable que una comunidad que la utilice se detenga más en su significado que en su uso procedimental, y, por otra, no es sencillo encontrar prácticas del cotidiano que se refieran a esta regla. Así, sitúan la resignificación como práctica ineludible.

Ellos relatan que, respecto de la RLH, los textos tratan solo el cálculo de límites de funciones indeterminadas en un punto, y que, a partir de allí, se imponen argumentaciones, significados y procedimientos. Originalmente, L'Hôpital examina dos funciones f , g , que se intersecan en el punto a en el eje OX y se pregunta³ cómo es f/g en a . Allí, la argumentación que genera la situación es la intersección de f y g , y los significados son la intersección de dos curvas, el cociente, y la predicción; con ello se aportan los elementos necesarios para la elección

³ Efectivamente, en Proposición 1, sección 163, página 206, y *planche* 7, figura 130, de (L'Hôpital, 1768).

del procedimiento, y así surge la RLH. Es inconveniente que la RLH se trate solo como una regla, y no se tomen su sentido original, ni argumentaciones provenientes de prácticas de referencia o del cotidiano, es decir, de otras formas de enfocar y construir el conocimiento matemático.

3.2.2 Hegemonía del dME

Soto y Cantoral (2014) manifiestan la hegemonía del dME en relación con RLH. Al respecto, agregamos, la modelación provee distintos escenarios, y claramente obstruye la hegemonía de argumentos. Se puede resignificar la RLH considerándola como recurso para comparar el crecimiento global de un par de curvas, ya sea matemáticamente o en situaciones concretas (e. g., económicas). Además, razonando desde las gráficas, esa hegemonía se deslía: los estudiantes construyen significados a partir de su propia experiencia (Mena-Lorca; Mena-Lorca; Morales, 2022).

3.2.3 Conocimiento que no es funcional

Soto y Cantoral (2014) recuerdan que el dME no permite al sujeto problematizar, inferir y trastocar el conocimiento, y, entonces, aprende solo a enfrentar problemas similares a los ofrecidos por el dME, lo cual le impide resignificar en otros contextos.

En relación con eso, añadimos, la habilidad de modelar no se desarrolla a partir de un solo caso, ni de una sola vez; es preciso intentarla en diversos escenarios, y, al razonar directamente sobre las gráficas, por ejemplo, vía variación de parámetros, el conocimiento inevitablemente se problematiza, trastoca y resignifica (Mena-Lorca; Mena-Lorca; Morales, 2022).

3.2.4 Conocimiento anterior a la praxis

Soto y Cantoral (2014) expresan que la RLH, tal como se la enseña, obliga a asumir un objeto preexistente, lo que impide preguntarse por qué es posible que tal concepto se construya como se construyó, y modificarlo; con ello muestran la importancia de la libertad de individuos y comunidades frente a un objeto matemático.

Al respecto, complementamos, cuando se hace modelación o graficación, los objetos pueden perfilarse durante la resolución del problema y necesitar de clarificación por parte de

los estudiantes. Esto último se favorece si se usa tecnología digital (Mena-Lorca; Mena-Lorca; Morales, 2022); ello evita, además, la sensación de fracaso o exclusión al estudiante, que puede, entonces, pensar con mayor libertad.

3.2.5 Dificultades para resignificar

Según Soto y Cantoral (2014), las explicaciones habituales sobre la RLH son de un solo tipo, se construyen desde la matemática misma, y no se consideran otros campos del conocimiento a los cuales esta responde, lo cual dificulta la necesaria resignificación.

En nuestra experiencia, en la modelación, no siempre el fundamento matemático está en primer lugar; de hecho, es preferible que el conocimiento aparezca cuando se lo necesite, y la situación que se modela es un escenario adecuado para resignificar. Por otra parte, en las comunidades profesionales, las gráficas son funcionales para su quehacer, y alimentan la resignificación (Mena-Lorca; Mena-Lorca; Morales, 2022).

3.2.6 Atomización de la matemática

Soto y Cantoral (2014) afirman que la matemática escolar carece de argumentaciones y significados provenientes de la actividad humana, que se desconocen las prácticas que hacen emerger el conocimiento y las dinámicas institucionales que lo ponen en el lugar que ocupan. Añaden que no hay una visión amplia de la estructura del saber: cuáles son las situaciones que demandan su construcción; por qué es ese conocimiento y no otro; cuáles son sus usos; la atomización genera una exclusión de los actores del sistema didáctico.

Solo añadimos que se modelan casos que provienen de la actividad humana y otros que no, y que la graficación presenta un aspecto abstracto (análisis de curvas y similares), y otro relacionado con la modelación en general (Mena-Lorca; Mena-Lorca; Morales, 2022).

El estudiante que no alcanza un mínimo de destreza operatoria solo tendría una percepción de objetos matemáticos desvinculados entre sí, pero utilizando tecnología digital avanzaría en una dirección más comprensiva y fructífera: e. g., desarrollo del pensamiento crítico, independiente, y de la metacognición.

4 HsXXI y TSME

Extendemos, ahora, nuestros comentarios, procurando recorrer algunas nociones

fundamentales de la TSME y su relación con el desarrollo de las HsXXI.

4.1 Violencia simbólica y exclusión

La preocupación por la eventualidad de que la escuela ejerza violencia simbólica sobre los individuos debe extenderse a una prevención de que la globalización lo haga sobre individuos y comunidades; el discurso globalizante es permanente y poderoso. Creemos firmemente en que no se imponga un conocimiento, y que es necesaria la participación de las personas en la construcción de ese conocimiento. Es su libertad ante el conocimiento lo que está en juego, y, para ello, es indispensable que puedan erguirse ante él con independencia y espíritu crítico.

4.2 La tecnología digital

El uso apropiado de la tecnología digital es una HsXXI. Aun cuando ella no resuelve el problema de enseñanza y aprendizaje, favorece el desarrollo del pensamiento crítico e independiente y la creatividad – desde ya, posibilita que se pueda destinar más tiempo a estrategias e invenciones que a cómputos. Claramente, los algoritmos matemáticos se corresponden con una noción más amplia que incluye a las aplicaciones, *apps*, que simplifican la vida de personas y organizaciones, y permiten dedicar menos tiempo a actividades rutinarias. Usándolas, los estudiantes pueden enfrentarse al dME y no sentirse constreñidos a intentar reproducir y memorizar reglas, estar siempre rezagados, y seguir perdiendo oportunidades.

La tecnología digital permite disponer con facilidad de diferentes representaciones para hacer conjeturas y tratar de comprobarlas, o usar directamente propiedades matemáticas para argumentar a partir de familias de gráficas (Mena-Lorca; Klenner; Alarcón-Remulcao, 2021). Esto favorece la percepción de aspectos globales y locales (Mena-Lorca; Mena-Lorca; Morales, 2022). Todo esto es, hoy, muy necesario.

4.3 El pensamiento computacional

El pensamiento computacional divide un problema en tareas y las integra en una solución comprensiva (Wing, 2014). La modelación en cualquier área se realiza, ahora, con mayor presencia del trabajo colaborativo y de tecnología digital, pero no incluye realizar necesariamente todas las tareas, ni detenerse en cada paso o aspecto de la resolución (Villani *et*

al., 2018). La integración del pensamiento computacional ayuda al desarrollo de procesos interdisciplinarios (Araya; Isoda; González, 2020). A nuestro parecer, ello da mayor oportunidad a la resignificación y a la metacognición.

4.4 Comunidades y cotidiano

El cotidiano ha sido modificado profundamente por la tecnología digital; hoy, el de un niño o un adulto contiene elementos de latitudes diversas, y no depende enteramente de su entorno geográfico inmediato, ni de la comunidad en que habita o trabaja. Un ciudadano cualquiera suele interesarse por lo que ocurre en lugares remotos; es consciente de la globalidad de algunas problemáticas y de cómo repercuten en su vida. Es ese cotidiano local y global el que nutre, hoy, la resignificación de ciudadanos y comunidades en un mundo interconectado.

4.5 El conocimiento funcional

Aquel conocimiento que es útil a las personas y permite la adquisición de competencias para comprender y actuar sobre el mundo circundante, muda diariamente por efectos de la tecnología y la globalización: e. g., las *apps* cambian profundamente los escenarios de trabajo; la comprensión del mundo tiene aspectos cuantitativos no fácilmente abordables sin tecnología.

4.6 Habilidades en la TSME

Lo que venimos describiendo no altera los objetivos fundamentales de la TSME acerca de la resignificación, el rediseño del dME y la búsqueda del conocimiento funcional. Sin embargo, ante un cotidiano progresivamente más abstracto y remoto (o más cercano, vía redes sociales), con un trabajo colaborativo más presente y necesario, con acceso a conocimiento inabarcablemente mayor, procedimientos que se externalizan de los cerebros y disponibilidad inédita de manejo de datos, y ante la complejidad de los problemas que se deben enfrentar, aquellos términos tienen connotaciones diferentes. Se diría que las HsXXI ofrecen una manera de *resignificar* la terminología/conceptuación de la TSME; ellas no solo ayudan a descentrar la atención desde el contenido matemático, sino que pueden constituirse, como la modelación, en herramientas para resignificar el conocimiento matemático.

4.7 El cultivo de la matemática

Reunimos, aquí, algunas consideraciones relativas a la matemática y su cultivo, que nos parecen relevantes para el tema y nos permiten hacer un comentario final, a modo de conclusión.

4.7.1 Comunidades y cultores

Los matemáticos que se dedican a un área determinada forman, también, comunidades de práctica que hacen sus propias y notorias resignificaciones, y cuyas motivaciones pueden diferir en forma ostensible de las de otros cultores de la disciplina, pero de impacto ineluctable; no parece que esto haya sido explorado directamente por la matemática educativa. Por otra parte, la descentración del objeto matemático que postula la TSME no comporta que las nociones, procesos y argumentos sean necesariamente diferentes de los que usa la comunidad internacional para el progreso de la ciencia y la tecnología, y para el diario vivir.

Respecto de lo anterior, conviene separar al usuario común del matemático profesional, pues este, en su área, debe dar cuenta de todos los procesos y hechos que utiliza (y, naturalmente, al salir de su campo específico de estudio, suele apoyarse en hechos y procedimientos matemáticos cuya veracidad no siempre le consta directamente).

4.7.2 El recurso a la historia

Para resignificar un trozo de matemáticas, es bueno recurrir a su raíz histórica; sin embargo, ello suele ser problemático, y, en algún caso, improcedente. Para comenzar, no siempre es claro, por ejemplo, quién es el que primero propone un determinado conocimiento⁴. También, puede ocurrir que la génesis histórica refiera a circunstancias que en la actualidad no necesariamente estén relacionadas con la materia; por ejemplo, la contraintuitiva manera de tratar las relaciones como conjuntos de pares ordenados obedece a un problema de la matemática a comienzos del siglo XX, ya largamente abandonado. Adicionalmente, puede suceder que aquel trozo de matemática se haya originado en consideraciones difíciles de comprender, incluso por la comunidad matemática; e. g., la noción de grupo, de Galois, solventó los intentos, hasta entonces infructuosos, de encontrar soluciones por radicales para ecuaciones algebraicas en general (Lie, 1989); la originalidad del trabajo de Galois es tal que no fue entendido por sus revisores (Dhombres, 1978), sin embargo, él modifica la concepción misma

⁴ Incluso, matemática atribuida a L'Hôpital es, realmente, de Jean Bernoulli, a quien aquel pagaba privadamente (Truesdell, 1958).

de álgebra, manifiesta hoy en el currículo escolar.

Todo esto no disminuye la necesidad de atender a la epistemología de los saberes matemáticos, sino que la ubica en un escenario complejo, que requiere de matices.

4.7.3 Significados, argumentaciones y procedimientos

En la matemática formal, es posible pensar que, según el caso, significados, argumentaciones o procedimientos sean naturalmente percibidos con mayor fuerza o claridad. Por ejemplo, de *teoremas fundamentales* (del cálculo, del álgebra), seguramente consideramos principalmente su significado, dada su trascendencia. Ante otros, la mirada se posa inicialmente en la argumentación; por ejemplo, respecto de algunos *principios* (de inducción, de dualidad en geometría proyectiva) o *lemas* (de Zorn, de Schur). Ahora bien, cuando se trata de algoritmos (tales como el de la división, o el de Euclides) tendemos a considerar, primariamente, su carácter de pensamiento *destilado*, pulido y comprimido, explicitado en procedimientos que se realizan de una manera determinada para fines específicos.

Por supuesto, no es esa que describimos la diferenciación que hacen Soto y Cantoral (2014) y Cordero *et al.* (2015): la resignificación debe focalizarse no en el objeto, sino en la práctica, en el uso del conocimiento. Sin embargo, hay una ligazón claramente perceptible entre la descripción de ellos y la nuestra. De un algoritmo, en cuanto conocimiento que se pone en acción en la práctica común de la matemática para los usos de las comunidades, lo que perdura es el uso como un recurso ya instalado; adicionalmente, hoy lo puede realizar la tecnología digital y ello podría permitir, a estudiantes excluidos del trabajo de aula por falta de destrezas operatorias, participar de discusiones relativas a resolución de problemas, modelación etc., y, más en general, desarrollar las HsXXI que necesita.

4.7.4 Comentario

Muchos profesores piensan que enseñar matemáticas *consiste en* enseñar procedimientos de cómputo. (Cf. Ávalos; Matus, 2010). Esa noción suele ignorar, por ejemplo, los dominios de las funciones involucradas en las fórmulas algebraicas habituales⁵, hacer énfasis excesivo en contenidos matemáticos que han perdido relevancia⁶, termina recurriendo

⁵ Por ejemplo, en la multiplicación de raíces pares, según aparecen en cualquier manual.

⁶ Por ejemplo, las propiedades de las raíces de una ecuación de segundo grado.

a recursos puramente mnemotécnicos⁷, en ausencia de comprensión⁸, y obstaculiza el desarrollo de habilidades. La tecnología digital no solo hace más ostensible el anacronismo de tal concepción, sino que, más importante, ofrece un camino para sortear la gran dificultad que tal situación (y otras vecinas) plantea, y atender a los propósitos del currículo.

Se concluye que un énfasis exagerado en destrezas operatorias puede ser descaminado, retrasado, inútil e injusto – y excluyente. Es esta una cuestión que requiere de investigación cuidadosa, pues no se aprende matemáticas sin un mínimo de competencia en la escritura y el cómputo. Hay, sin embargo, resultados esperanzadores, al respecto Mena-Lorca; Mena-Lorca; Morales, 2022), y que apuntan a la satisfacción del derecho que tiene toda persona a aprender matemáticas (UNESCO-ICSU, 1999), lo cual, ahora, puede lograrse con los usos – laborales, académicos, tecnológicos – del siglo XXI. Es esta, también, una manera de empeñarse en contra de la exclusión.

Agradecimientos

Esta investigación se enmarca en un proyecto financiado por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID) de Chile a través del proyecto FONDECYT Regular 1220565.

Referencias

ASIA-PACIFIC ECONOMIC COOPERATION - APEC. **Overview of 21st Century Competencies and Skills**. Singapore: APEC, 2004.

ÁVALOS, B.; MATUS C. **La Formación Inicial Docente en Chile desde una óptica internacional**. Santiago: Ministerio de Educación, 2010.

ARAYA, R.; ISODA, M.; GONZÁLEZ, O. A framework for Computational Thinking in preparation for transitioning to a Super Smart Society. **Journal of Southeast Asian Education**, Bangkok, v. 1, [s.n.], p. 1-16, jul. 2020.

ARAYA, R.; ISODA, M.; VAN DER MOLEN MORIS, J. Developing Computational Thinking Teaching Strategies to Model Pandemics and Containment Measures. **Int. J. Environ. Res. Public Health**, Basilea, v. 18, p. 12520, nov. 2021. <https://doi.org/10.3390/ijerph182312520>. Disponible en: <https://repositorio.uchile.cl/handle/2250/184171>. Acceso en: 29 de junio de 2023

BELLEI, C.; MORAWIETZ, L. La enseñanza y el aprendizaje para el siglo XXI. Contenido fuerte, herramientas débiles. En: REIMERS, F.; CHUNG, C. (eds.). **Teaching and Learning for the Twenty-First Century**. Cambridge: Harvard Education Press, 2016. p. 67-108.

⁷ Sean ellos para la substracción de números naturales, para los evidentes signos de las funciones trigonométricas, para la integración por partes etc.

⁸ A ello se ha renunciado desde la substracción, con aquello de *pedir prestado al compañerito* etc.

BOURDIEU, J. The force of law—toward a sociology of the juridical field. **Hastings Law Journal**, San Francisco, v. 38, [s.n.], p. 805-853, 1987.

BOURDIEU, J. Stratégies de Reproduction et Modes de Domination. **Actes de la Recherche en Sciences Sociales**, Paris, v. 105, [s.n.], p. 3-12, 1994.

BOURDIEU, J. Razones prácticas: sobre la teoría de la acción. Barcelona: Anagrama, 1997.

BOURDIEU, J.; PASSERON, J.C. La reproducción: elementos para una teoría del sistema de enseñanza. Barcelona: Gaia, 2005.

BUREAU OF LABOR STATISTICS. **Number of jobs, labor market experience, marital status, and health**. Results from a national longitudinal survey. Washington: Department of Labor, 2021.

CANTORAL, R.; FARFÁN, R. M.; LEZAMA, J.; MARTÍNEZ, G. Socioepistemología y Representación: algunos ejemplos. **Relime**, Ciudad de México, [s.v.], Número especial, p. 83-102, may. 2006.

CANTORAL, R. Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. 2. ed. Barcelona: Gedisa, 2016.

CORDERO, F. La distinción entre construcciones del cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. **Relime**, Ciudad de México, v. 4, n. 2, p. 103-128, jul. 2001.

CORDERO, F. La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento-apprendimento de lla matemática. **La Matemática e la sua Didattica**, Bologna, v. 20, n.1, p. 59-79, ene. 2006.

CORDERO, F.; GÓMEZ, K.; SILVA-CROCCI, H.; SOTO, D. **El Discurso Matemático Escolar: la Adherencia, la Exclusión y la Opacidad**. Barcelona: Gedisa, 2015.

CORDERO, F. La función social del docente de matemáticas: pluralidad, transversalidad y reciprocidad. In: JORNADAS NACIONALES DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 20., 2016, Valparaíso. **Actas XX Jornadas Nacionales de Educación Matemática** Viña del Mar: SOCHIEM, 2016. p. 23-30. Disponible en: <http://static.ima.ucv.cl.s3.amazonaws.com/wp-content/uploads/2016/03/Acta-XXJNEM-final.pdf>. Acceso en: 29 en. 2024.

CORDERO, F.; MENDOZA-HIGUERA, E.; PÉREZ-OXTÉ, I.; HUINCAHUE, J.; MENA-LORCA, J. A Category of Modelling: The uses of Mathematical Knowledge in different scenarios and the learning of Mathematics. En: ROSA, M.; CORDERO, F.; OREY, D.; CARRANZA, P. (eds.). **Mathematical Modelling Programs in Latin America**. Buenos Aires: Springer Nature, 2022. p. 247-268.

COUNCIL FOR SCIENCE, TECHNOLOGY AND INNOVATION, 2017 (2017). Japan Science and Technology Policy. Realizing Society 5.0. https://www.japan.go.jp/abonomics/_userdata/abonomics/pdf/society_5.0.pdf. 2017.

DAVIDSON, C. The New Education: How to revolutionize the University to prepare students for a world in flux. New York: Basic Books, 2022.

DE BEUKELAER, C.; PYYKKÖNEN, M.; SINGH, J. P. (eds). **Globalization, Culture, and Development**. The UNESCO Convention on Cultural Diversity. London: Palgrave MacMillan, 2015.

DHOMBRES, J. **Nombre, mesure et continu**. Epistémologie et histoire. Paris: Fernand Nathan, 1978.

DONALD, M. *Origins of the modern mind: Three stages in the evolution of culture and cognition*. Cambridge: Harvard University Press, 1991.

DONALD, M. The slow process: A hypothetical cognitive adaptation for distributed cognitive networks. *Journal of Physiology-Paris*, Paris, v. 101, [s.n.], p. 214-222, 2007.

HARARI, Y. **Homo Deus**. Una breve historia del mañana. Barcelona: Debate, 2016.

KLINE, M. *El fracaso de la matemática moderna*. San Lorenzo: Siglo XXI, 1998.

ISODA, M.; ARCAVI, A.; MENA-LORCA, A. **El Estudio de Clases japonés en Matemáticas**. 3. ed. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso, 2012.

LEZAMA, J. Una mirada socioepistemológica al fenómeno de reproducibilidad. *Relime*, Ciudad de México, v. 8, n. 3, p. 339-362. 2005.

LIE, S. Influence de Galois sur le développement des Mathématiques. En : GALOIS, E. **Oeuvres Mathématiques**. Paris : Editions Jacques Gabay, 1989. p. 1-9.

L'HÔPITAL, M. de. **Analyse des infiniment petits**. Paris : Veuve Girard & François Seguin. 1768.

LITTLEWOOD, P. Escolarización exclusiva. En: LUENGO, J. (coord.). **Paradigmas de gobernación y de exclusión social en la educación**. Barcelona/México: Pomares, 2005. p. 67-90.

LIU, W. C. (Ed). **Singapore's approach to developing teachers**. Hindsight, insight, and foresight. London: Routledge, 2022.

MENA-LORCA, J. Modelación Matemática y la construcción del conocimiento matemático. En: ARRIETA, J.; DÍAZ, L. (eds.), **Investigaciones Latinoamericanas en Modelación Matemática Educativa**. Barcelona: Gedisa, 2016. p. 139-162.

MENA-LORCA, A. Sobre la nueva reforma de la educación matemática; invitación a un debate. **Revista Chilena de Educación Matemática**, Viña del Mar, v. 14, n. 2, p. 44-58, 2022.

MENA-LORCA, J.; KLENNER, J.; ALARCÓN-REMULCAO, N. Modelación gráfica en la enseñanza del cálculo para el siglo XXI. En: GUERRERO-ORTIZ, C.; MORALES, A.; RAMOS, E. (eds). **Aportes desde la didáctica de la matemática para investigar, innovar y mejorar en y sobre la práctica docente**. Madrid: Graó, 2021. p. 287-314.

MENA-LORCA, A.; MENA-LORCA, J.; MORALES, A. Contemporary learning in the interaction of the human with data, via technology-mediated graphics: the discourse- representation dialogue in mathematics. In: ROSA, M.; CORDERO, F.; OREY, D.; CARRANZA, P. (eds.). **Mathematical Modelling Programs in Latin America**. Buenos Aires: Springer Nature, 2022. p. 347-366.

MENDOZA-HIGUERA, J.; CORDERO, F.; SOLÍS, M.; GÓMEZ, K. El uso del conocimiento matemático en las comunidades de ingenieros. Del objeto a la funcionalidad matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 32, n. 62, p. 1219-1243, dic. 2018.

MINISTERIO DE LA EDUCACIÓN - MINEDUC. *Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Básica y Media*. Santiago: Ministerio de Educación, 2009.

MINISTERIO DE LA EDUCACIÓN - MINEDUC. **Fundamentos Bases Curriculares 3° y 4° Medio**. Unidad de Curriculum y Evaluación. Santiago: Ministerio de Educación, 2019. Disponible en: <https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Basescurriculares/91414:Bases-Curriculares-3-y-4-Medio>. Acceso en: 29 en. 2024.

MORALES, A.; CORDERO, F. La Graficación-modelación y la Serie de Taylor. Una socioepistemología del Cálculo. **Relime**, Ciudad de México, v. 17, n. 3, p. 319-345, nov. 2014.

ORGANIZACIÓN PARA LA COOPERACIÓN Y EL DESARROLLO ECONÓMICOS - OCDE. **Revisión de políticas educacionales**. Santiago: OCDE, 2004.

ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT- OECD. **G20 Innovation Report**. Paris: OCDE, 2016.

ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT - OECD. **Education in Chile**. Review of national policies for education. Paris: OECD, 2017.

ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT - OECD. **Future of Education and Skills 2030**. Concept Note. Paris: OECD Publishing, 2019a.

ORGANIZACIÓN PARA LA COOPERACIÓN Y EL DESARROLLO ECONÓMICO - OCDE. **PISA 2018 Assessment and Analytical Framework**. Paris: OECD Publishing, 2019b.

PASCUA VALENZUELA, E. Opening remarks, Director, Southeast Asian Ministers of Education Organization, SEAMEO Secretariat. *In*: 10th SEAMEO–UNIVERSITY OF TSUKUBA SYMPOSIUM, Tsukuba, 2022. <https://www.cried.tsukuba.ac.jp/math/seameo/2022/>, Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=X6Znu8bnIO0&t=2536s>, 11:51-18:16. Acceso en 10 de febrero de 2022.

PEZOA, M. I.; MORALES, A. El rol de la modelación en una situación que resignifica el concepto de función. **Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias**, Buenos Aires, v. 11, n. 2, p. 52-63, dic. 2016.

ROTHERHAM, A.; WILLINGHAM, D. “21st-century” skills: Not new, but a worthy challenge. **American Educator**, Washington, D. C., v. 34, n. 1, p. 17-20. Spring, 2010.

SÁNCHEZ, A.; FONT, V.; BREDA, A. Significance of creativity and its development in mathematics classes for preservice teachers who are not trained to develop students’ creativity. **Mathematics Education Research Journal**, Payneham, v. 34, n.4, p. 863-855, dic.2022

SHAFFER, D. W.; KAPUT, J. J. Mathematics and Virtual Culture: An evolutionary perspective on Technology and Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*, 37, 97-119. 1988. <https://doi.org/10.1023/A:1003590914788>

SHAPSON, S.; WRIGHT, E.; EASON, G.; FITZGERALD, J. An experimental study of the effects of class size. **American Educational Research Journal**, London, v. 17, n. 2, p. 141-152, 1980.

SILVA, E. Measuring Skills for 21st-Century Learning. **Phi Delta Kappa**, Arlington, VA, v. 90, n. 9, p. 630-634, 2009.

SOTO, D.; CANTORAL, R. Discurso Matemático Escolar y Exclusión. Una visión socioepistemológica. **Bolema**, Rio Claro, v. 28, n. 50, p. 1525-1544, dic. 2014.

SUÁREZ, L.; CORDERO, F. Modelación-graficación, una categoría para la matemática escolar. **Relime**, Ciudad de México, v. 13, n. 4-II, p. 319-333, dic. 2010.

TRUESDELL, C. The New Bernoulli Edition. **Isis**, Chicago, v. 49, n. 1, p. 54-62, 1958.



ORGANIZACIÓN DE LAS NACIONES UNIDAS PARA LA EDUCACIÓN, LA CIENCIA Y LA CULTURA - CONSEJO INTERNACIONAL PARA LA CIENCIA- UNESCO-ICSU. **Declaración sobre la ciencia y el uso del saber científico**. Budapest: UNESCO, 1999.

VILLANI, C., SCHOENAUER, M., BONNET, Y., BERTHET, C., CORNUT, A.-C., LEVIN, F., y RONDEPIERRE, B. **Donner un sens à l'Intelligence Artificielle**: Pour une stratégie nationale et européenne. Mission Villani sur l'intelligence artificielle. AI for Humanity. 2018. https://fichiers.acteurspublics.com/redac/pdf/2018/2018-03-28_Rapport-Villani.pdf

VILLA-OCHOA, J. A.; CASTRILLON-YEPES, A. Temas y tendencias de investigación en América Latina a la luz del pensamiento computacional en Educación Superior. En: TOLEDO, G. (coord). **Políticas, Universidad e innovación: retos y perspectivas**. Barcelona: JMBosch, 2020. p. 235–248.

WING, J. Computational thinking benefits society. **40th Anniversary Blog of Social Issues in Computing**. New York: Academic Press, 2014. <http://socialissues.cs.toronto.edu/index.html%3Fp=279.html>

WORLD ECONOMIC FORUM. **The Future of Jobs Report**. Cologny: WEF, 2020. Available in: http://www3.weforum.org/docs/WEF_Future_of_Jobs_2020.pdf. Access in: 29 jan. 2024.

**Submetido em 17 de Abril de 2023.
Aprovado em 20 de Julho de 2023.**