

DESENVOLVIMENTO DE UM PROTÓTIPO DE UM SISTEMA DE INFORMAÇÃO GEOGRÁFICA PARA ABORDAGEM DO PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE ANTENAS

Leandro Toss Hoffmann *

Arthur Tórgo Gómez

Programa Interdisciplinar de Pós-Graduação em
Computação Aplicada

Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS)

São Leopoldo – RS

hoffmann@dss.inpe.br

* *Corresponding author* / autor para quem as correspondências devem ser encaminhadas

Recebido em 06/2003; aceito em 06/2006 após 2 revisões
Received June 2003; accepted June 2006 after 2 revisions

Resumo

Este trabalho apresenta uma abordagem para o problema de localização de antenas, comumente encontrado nos projetos de comunicação que utilizam sistemas de rádio. O objetivo deste trabalho consiste em desenvolver um protótipo de um Sistema de Informação Geográfica que auxilie no posicionamento de torres de radiotransmissão, formulado como um Problema de Localização com Máxima Cobertura. Para tanto, inicialmente são apresentados conceitos básicos de antenas e Sistemas de Informação Geográfica, necessários para o desenvolvimento do protótipo. Posteriormente, o protótipo proposto é descrito, seguido dos resultados obtidos.

Palavras-chave: problema de localização com máxima cobertura; sistemas de informação geográfica; antenas.

Abstract

This work shows an approach to the antennas location problem, which is common in communication projects using radio systems. This work aims to develop a Geographic Information System prototype to deal in positioning radio transmission towers, which is formulated like a Maximal Set Covering Problem. Initially, basic concepts from antennas and Geographic Information Systems are presented, since they are important to prototype development. Next, the proposed prototype is described and results are presented.

Keywords: maximal set covering problem; geographic information systems; antennas.

1. Introdução

A preocupação de associar objetos ou eventos a distribuições geográficas é bem antiga, podendo ser observada nas várias etapas da evolução humana, Harley & Woodward (1987), Praeger (1967) e Raisz (1969). Para ilustrar este fato, pode-se citar o clássico trabalho do médico John Snow que, em 1854, identificou em um mapa de Londres, a localização de todos os casos de cólera e de fontes de água potável utilizadas pela população, como descrito em Câmara (1995). A partir de uma análise visual dos dados espacialmente distribuídos, o médico percebeu que a maioria dos casos da doença estavam concentrados em torno de um poço da Rua Broad. Dr. Snow, então, ordenou o fechamento deste poço, contribuindo para o controle da epidemia. Este é um exemplo clássico, onde se observa claramente como a relação espacial entre os dados contribui de forma direta para a solução de um problema.

Com o advento da informática, surgiram programas e equipamentos que auxiliam no processo de análise de dados espaciais. Atualmente, é crescente o desenvolvimento e a utilização de programas específicos para manipulação deste tipo de dados. Um exemplo são os Sistemas de Informação Geográfica (SIG), que constituem um conjunto de *hardware* e *software* especializados para o tratamento de informações espaciais. A vantagem da utilização destes sistemas é a agilidade obtida no processamento de informações espaciais, uma vez que em aplicações reais trabalha-se com grandes volumes e relações de dados que os sistemas convencionais não estão preparados para lidar. Por outro lado, é necessário que o usuário esteja familiarizado com os conceitos pertinentes à área e habilitado a utilizar estes sistemas computacionais.

Um problema comumente encontrado nos dias atuais, relativo à análise espacial, é o posicionamento de antenas no desenvolvimento de um sistema de comunicação utilizando sinais de ondas de rádio. Um exemplo prático do problema de posicionamento de antenas ocorre quando é necessário definir onde instalar antenas de um provedor de Internet via rádio, procurando maximizar o número de clientes atendidos com um número mínimo de antenas. Outra situação comum, atualmente, é a instalação de torres com antenas para atender a demanda de serviços de telefonia móvel. Na maioria dos casos, o problema passa a ser complexo devido à extensão territorial considerada, onde a capacidade de ganho de uma antena é limitada. A boa localização das torres implicará num menor número de antenas necessárias e, conseqüentemente, redução dos custos. Além disto, a tomada de decisão do posicionamento das antenas envolve variáveis relativas à propagação do sinal da antena e eventuais problemas de sombra de transmissão, normalmente complexos.

Trabalhos abordando problemas de localização de serviços têm sido vastamente abordados na literatura, como pode ser visto, por exemplo, nos trabalhos de Cooper (1963), Galvão & Revelle (1996), Galvão *et al.* (2000), Goldberg & Luna (2000), Hurley & Whitaker (2002), Lorena (2001), Lorena *et al.* (2001), Lorena & Pereira (2002), Rardin (1998), Scaparra & Scutellà (2001) e Taillard (1996). Mais recentemente, o problema de localização específico de antenas vem sendo abordado como um problema multi-objetivo, incluindo restrições de cobertura de clientes, demanda de tráfego, aspectos de interferência de transmissão, modelo de propagação de sinal de antenas e estruturas geométricas das células, como proposto nos trabalhos de Raisanen & Whitaker (2003), Whitaker & Hurley (2004) e Zimmermann, Höns & Mühlenbein (2003). O planejamento de redes de celulares, considerando a localização das estações, o controle de potência e múltiplos serviços, é abordado em Cabral *et al.* (2004), utilizando o pacote comercial CPLEX e relaxação Lagrangeana; e em Santos *et al.* (2005), com uma abordagem heurística gulosa e um algoritmo genético.

Neste trabalho, busca-se apresentar uma abordagem para o problema de posicionamento de antenas numa dada região modelada tridimensionalmente, utilizando técnicas de análise espacial associadas ao Problema de Localização, e um modelo simples de propagação de sinal de antena. Para tanto, é proposto um protótipo de Sistema de Informação Geográfica (SIG), que suporta a modelagem do problema e reúne as tecnologias necessárias para solução do problema. A modelagem do SIG utilizado neste trabalho foi baseada em conceitos fundamentais de cartografia e geoprocessamento. Conceitos de cartografia servem de base para o registro e o entendimento das particularidades dos dados espaciais, e podem ser encontrados em Harley & Woodward (1987), Praeger (1967), Raisz (1969) e Santos (1985). Apoiado pelos conceitos de cartografia, estudos em geoprocessamento contribuíram ao trabalho através de técnicas de geo-referenciamento de dados espaciais, como visto em Câmara *et al.* (1996), Carvalho *et al.* (2000) e Todt (1998).

Para abordar o tema proposto, neste trabalho, na Seção 2 são apresentados os conceitos básicos de antenas, necessários para a abordagem do problema de localização, modelado num terreno tridimensional. A definição do problema proposto, sua formulação matemática e descrição do protótipo são abordados na Seção 3. Finalizando, na Seção 4, são apresentados uma série de experimentos realizados e seus resultados, de modo a validar o modelo desenvolvido.

2. Antenas

O problema de localização, abordado neste trabalho, trata do posicionamento de antenas de transmissão, sobre um terreno tridimensional. Desta forma, faz-se necessário o entendimento do funcionamento básico de uma antena, bem como seu comportamento tridimensional.

Uma antena pode ser considerada simplesmente como um tipo especial de linha de transmissão, a qual irradia ou capta energia, segundo Lytel (1973). Martinha (1987) define antenas como “circuitos elétricos capazes de enviar para o espaço a energia que se lhes aplica, ou, inversamente, capazes de captar energia das ondas radioelétricas do espaço”. Suas aplicações estão presentes no nosso cotidiano nas mais variadas áreas, como por exemplo: telefonia celular, sistema televisivo de canal aberto, rádios amadores, entre outros sistemas de comunicação que utilizam ondas de rádio. Ainda que as estruturas das antenas transmissoras e receptoras variem, tanto em porte quanto em arquitetura, seus funcionamentos são similares, respeitando as propriedades eletromagnéticas. A seguir, são apresentados conceitos pertinentes a essas propriedades, como passo inicial ao entendimento do funcionamento básico de uma antena.

2.1 Ondas de rádio

As ondas de rádio são radiações eletromagnéticas, assim como ondas de calor ou raios X. Para o estudo das ondas de rádio são fundamentais as propriedades de frequência e polarização, uma vez que influem no projeto e no funcionamento das antenas.

A frequência, como mostra a Equação (1) em Lytel (1973), é utilizada para determinar o comprimento de uma onda.

$$\lambda = \frac{300}{f}, \quad (1)$$

onde, λ : é o comprimento de onda, em metros;

300 : é a velocidade da luz, no espaço livre, em milhares de quilômetros por segundo; e

f : é a frequência em megahertz.

Através da frequência de uma onda é possível classificar dois tipos básicos de ondas, segundo sua propagação: ondas terrestres e ondas espaciais. As ondas terrestres se constituem de sinais diretos entre o transmissor e o receptor, e de sinais provenientes de ondas refletidas pela terra. Já as ondas espaciais se referem às ondas terrestres propagadas em direção ao espaço, mas refletidas pela ionosfera ou troposfera de volta à terra, como visto em Lytel (1973). Vassalo (1979) classifica as ondas em quatro formas diferentes quanto à programação: direta, por reflexão, por difração e por refração. As três primeiras referem-se a ondas terrestres e a última a ondas espaciais. Informações adicionais sobre a modelagem matemática desses tipos de propagação de ondas podem ser vistas em Smit (1986).

2.2 Polarização

Como já citado, as ondas de rádio constituem uma forma de radiação eletromagnética. Assim, são formadas por um campo elétrico e um campo magnético, os quais são representados por duas senóides, cada campo constituído a 90° em relação ao outro, como explicado por Lytel (1973). É a direção do campo elétrico de uma onda que determina sua polarização, esclarece Vassalo (1979). Uma antena transmissora vertical irradia uma onda verticalmente polarizada.

2.3 O funcionamento básico das antenas

O dipolo padrão, ou dipolo de meia onda, é o elemento fundamental de um sistema de antenas. Eletricamente, a antena dipolo é uma linha de transmissão de um quarto de comprimento de onda, em circuito aberto, alimentada por um gerador.

Uma linha de transmissão nada mais é do que um par de fios que transfere energia entre dois pontos. Quando a linha de transmissão está com sua saída em curto-circuito, a energia transmitida pelo gerador será refletida pelo curto-circuito de volta ao gerador. Esse deslocamento de energia resulta em ondas estacionárias.

No caso dos fios da linha de transmissão estarem alinhados, os campos gerados serão opostos, cada um anulando o outro, não havendo irradiação de energia (Lytel, 1973). Porém, à medida que se afastam as extremidades dos fios, o cancelamento dos campos é incompleto e começa a haver irradiação de energia. A antena mais simples existente é chamada de antena dipolo de meia onda, também conhecida por dipolo de Hertz, constituída pela abertura das extremidades dos fios da linha de transmissão, tendo seu comprimento físico total igual a meio comprimento de onda. Neste caso, os campos gerados somam-se ao invés de se anularem, pois enquanto um fio é positivo, o outro é negativo, irradiando o máximo de energia. A antena dipolo de meia onda é a mais simples das antenas, sendo tomada como referência comparativa para as demais antenas desenvolvidas.

2.6 Ganho

O ganho (G) é outra propriedade importante de uma antena, relativa a sua transmissão ou recepção. É uma propriedade comparativa da potência de uma antena em relação à antena dipolo padrão nas mesmas condições e frequência. Usualmente, a razão entre as potências é expressa em decibéis (Lytel, 1973; Vassalo, 1979). Neste trabalho, o ganho de um receptor padrão será expresso pela Equação (3), que traduz uma relação inversa do quadrado da distância entre o receptor e a antena transmissora. Esta relação é ainda proporcional à directividade da antena.

$$G = \frac{1}{d^2} \cos^2 \theta \quad (3)$$

onde, d é a distância euclidiana entre o receptor padrão e a antena transmissora.

3. Desenvolvimento do Protótipo

Nesta Seção, é apresentado o desenvolvimento do protótipo do Sistema de Informação Geográfica (SIG). Neste escopo, o problema de posicionamento de antenas é definido e formulado. Além disto, são descritas as técnicas utilizadas para sua abordagem e implementação do protótipo do SIG.

3.1 Definição do problema

Nos projetos de comunicação utilizando sistemas de rádio, uma das preocupações é definir o posicionamento de um dado número de antenas. Baseando-se na localização dos pontos receptores potenciais, o usuário deve tomar decisões a respeito do tipo de antena a ser utilizado, sua quantidade e a melhor posição viável das torres, de modo a garantir um bom funcionamento do sistema e a legibilidade do sinal. Para tanto, limites de distância de transmissão e a dinâmica do terreno são fatores que devem ser considerados. Além disto, fatores econômicos também influenciam diretamente nas decisões técnicas. Por exemplo, baseado na quantidade de recursos financeiros, é definida a compra de energia para alimentação das antenas, que implicará diretamente na potência, na quantidade de antenas e na alocação do terreno para o posicionamento da torre, entre outras implicações. Por essas razões, normalmente não é possível atender todos receptores potenciais, tornando complexa a tomada de decisão de onde posicionar as antenas de transmissão.

Neste trabalho, busca-se auxiliar o usuário na tomada de decisão do posicionamento das antenas transmissoras, desenvolvendo uma ferramenta computacional que possibilite: interpretar dados geográficos; manipular dados de forma eficiente; extrair informações espaciais de dados georreferenciados; analisar o modelo de irradiação das antenas transmissoras, sobre um plano em três dimensões; determinar a localização de antenas transmissoras; quantificar os clientes (antenas receptoras) atendidos; e exibir os dados de forma clara; utilizando, para tanto, algoritmos de complexidade computacional viáveis para a implementação.

Não está no escopo do protótipo analisar os modelos de irradiação das antenas receptoras, nem o comportamento das ondas de rádio de reflexão terrestre ou espacial. Porém, é considerada a dinâmica do terreno, em três dimensões, para garantir a propagação das ondas terrestres diretas entre: as antenas transmissoras e pontos receptores; as próprias antenas transmissoras, viabilizando assim uma rede de comunicação.

Observando os requisitos descritos acima, o objetivo do trabalho consiste em desenvolver um protótipo de um Sistema de Informação Geográfica que auxilie no posicionamento de torres de radiotransmissão, considerando os seguintes fatores: as coordenadas de pontos para recepção do sinal; a quantidade de clientes por pontos de recepção; as coordenadas das antenas; o modelo de irradiação das antenas transmissoras; a orientação e polarização das antenas transmissoras; a altura das torres das antenas; o modelo em três dimensões do terreno, com quotas de elevação; as regiões viáveis ou proibidas para posicionamento das antenas; e a distância comparativa do receptor ideal.

3.2 Formulação

Considerando uma dada região, o problema de posicionar antenas pode ser modelado por redes e abordado como um problema de localização de facilidades. Conforme definido anteriormente, na Seção 3.1, o problema apresentado neste trabalho consiste em definir o posicionamento de um número fixo de antenas transmissoras, de modo a atender um número máximo de clientes receptores fixos. Sendo assim, o problema será modelado como um Problema de Localização de medianas associado a um problema de Máxima Cobertura (*Maximal Set Covering Problem*), onde, dado um número fixo de antenas, o objetivo é maximizar o número de clientes receptores (Equação (4)), sujeito às restrições das Equações (5), (6), (7) e (8).

$$\begin{aligned} & \text{Max} \\ & f = \sum_{i=1}^m c_i y_i \end{aligned} \quad (4)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in N_i} x_j \geq y_i, \quad i = 1, \dots, m \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = p \quad (6)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, n \quad (7)$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m \quad (8)$$

Onde: $N_i = \{j \mid d_{ij} \leq d\}$ é o conjunto de pontos viáveis que atendem um ponto receptor i .

y_i = receptor i

m = número de pontos de receptores

x_j = ponto viável j para localização de antena

n = número de pontos viáveis para localização de antenas

c_i = contribuição do receptor i

p = número total de antenas admitido

d_{ij} = distâncias entre os pontos

A equação (4) representa a função objetivo que é constituída pelo somatório dos valores de todos os receptores multiplicados pela sua contribuição. A equação (5) garante que para cada receptor, exista pelo menos um ponto viável para localização de antena que atenda esse receptor. A equação 6 representa a restrição de que o número de antenas transmissoras deve ser igual a p . As equações (7) e (8) representam respectivamente um ponto viável ($x_j=1$) ou

não ($x_j=0$) para localização de uma antena, e um receptor atendido ($y_i=1$) ou não ($y_i=0$) por um transmissor.

A formulação acima caracteriza um problema de Programação Linear Inteira (PLI), onde suas variáveis são limitadas a um conjunto fixo de valores, segundo Papadimitriou & Steiglitz (1998) e Rardin (1998). Embora existam abordagens tradicionais para problemas de PLI, como, por exemplo, *Branch-and-Bound*, *Cutting-plane* e Relaxação Lagrangeana, descritas por Rardin (1998), neste trabalho optou-se por desenvolver uma heurística de geração de vizinhanças usando a meta-heurística Busca Tabu.

Meta-heurísticas são uma classe de métodos aproximados, que vem apresentado um grande desenvolvimento, desde o início de sua utilização nos anos 80. Elas são indicadas para atacar problemas complexos de otimização combinatória onde heurísticas clássicas e métodos de otimização não se mostram eficientes e eficazes (Laporte & Osman, 1996). Meta-heurística pode ser definida como um processo de geração iterativa que guia uma heurística subordinada pela combinação inteligente de diferentes conceitos de exploração de busca no espaço. Estratégias de aprendizado são utilizadas para estruturar a informação de modo a encontrar de maneira eficiente soluções próximas do ótimo (Osman & Kelly, 1996).

3.3 Heurística de geração de vizinhanças usando Busca Tabu

A heurística de geração de vizinhanças utilizada neste trabalho consiste em variar as posições atuais das antenas com todas as posições do espaço de busca permitidas. Cada antena é movimentada separadamente, enquanto as outras permanecem fixas na sua posição atual. Fica claro que esse processo não explora todo o espaço de busca viável, logo, com a finalidade de se encontrar melhores soluções, a heurística de geração de vizinhanças é assistida por um algoritmo baseado em Busca Tabu.

A Busca Tabu é uma técnica que foi, originalmente, desenvolvida por Glover (1989) aplicada à resolução de problemas de otimização combinatória. Busca Tabu é uma meta-heurística, ou seja, uma estratégia mestre que guia e modifica outras heurísticas para produzir soluções além daquelas que são normalmente geradas por buscas locais (Glover & Laguna, 2001; Glover *et al.*, 1993; Hertz, 1991).

A Busca Tabu foi concebida para lidar com barreiras de viabilidade e de pontos de ótimo local dos problemas, podendo ser entendida como um método de busca local que explora o espaço de soluções além dos ótimos locais. Seja X o espaço de possíveis soluções para o problema e $s \in X$ uma dessas soluções. Vizinhança $N(s)$ são todos os pontos $s^* \in N(s)$ atingíveis diretamente a partir de s por meio de uma operação simples, denominada de movimento. A idéia do método consiste em impor restrições para guiar o processo de busca de melhores soluções.

A partir de uma solução s é considerada uma vizinhança $N(s)$, que consiste de todas as soluções possíveis que podem ser obtidas por uma modificação pré-definida de s chamada de movimento. O procedimento inicia, a partir de uma solução inicial viável gerada independentemente e tenta alcançar um ótimo global do problema por um movimento passo a passo. Sempre que uma solução s é obtida é gerado um subconjunto V^* de $N(s)$ e é realizado o movimento para a melhor solução s^* em V^* . Se $N(s)$ não é muito grande é possível fazer $V^* = N(s)$.

A utilização do critério de melhor movimento na Busca Tabu é baseada na suposição de que movimentos bem avaliados têm grande probabilidade de conduzir a uma solução ótima (ou próxima do ótimo). De maneira a evitar ciclos e ótimos locais, não é permitido voltar às soluções que foram visitadas em um número k de movimentos anteriores. Esta estratégia é chamada de lista Tabu. Esta lista, de comprimento T , é interpretada como uma fila. Sempre que um movimento de s para s^* é executado, s é introduzida no fim da lista e a solução mais antiga é removida. No momento em que uma solução s entra na lista, todos os movimentos que retornam à s ficam proibidos nas próximas k iterações. Ou seja, s tornou-se uma solução Tabu e qualquer movimento que leve a s é considerado um movimento Tabu.

Dado que alguns movimentos considerados tabu podem não ser absolutos é introduzido um procedimento para cancelar a situação tabu de um movimento quando este, leva a uma melhoria. Uma função de critério de aspiração $A(z)$ é definida para cada valor de z da função objetivo. Se um movimento para a solução vizinha s_i é um movimento tabu, mas o valor de $F(s_i)$ é melhor ou igual ao valor de $A(z = F(s))$, então a situação Tabu deste movimento é trocada e s_i é considerada como um membro normal de V^* .

Duas regras podem ser definidas como critério de parada na Busca Tabu. A primeira é pela definição de um número máximo de iterações (variável NBMAX) que serão realizadas sem se obter uma melhoria na melhor solução obtida. A segunda regra condiciona o critério de parada quando a melhor solução obtida é considerada muito próxima do limite inferior de f . O problema é que, geralmente, este limite não é conhecido com suficiente precisão.

Neste trabalho, a solução inicial é determinada ou por um procedimento aleatório de escolha dos pontos viáveis para posicionamento das antenas ou pela atribuição arbitrária da localização inicial das antenas. Já a Lista Tabu representa o conjunto de soluções que resultam na mesma configuração de receptores atendidos. Para tanto, é armazenada a lista dos receptores atendidos para cada solução ótima local encontrada. O movimento proibido ocorre quando os receptores atendidos, na solução s_i , forem os mesmos armazenados em qualquer uma das soluções pertencentes a Lista Tabu. Após um dado número de iterações sem que haja substituição da melhor solução, o algoritmo pára, retornando a melhor solução encontrada como solução do problema. Esse número de iterações é definido pelo usuário pela variável NBMAX.

3.4 Modelagem do protótipo

O modelo do protótipo, representado pela Figura 2 mostrada a seguir, descreve o processo de otimização do posicionamento de antenas, desde a entrada dos dados até a saída do sistema. Os dados de entrada do sistema representam as entidades externas e são representadas na forma de instâncias de objetos no sistema. Essas entidades podem ser constituídas por dados espaciais ou alfanuméricos e as estratégias adotadas para sua modelagem são descritas a seguir.

Terreno: o terreno representa a superfície na qual os receptores estão localizados e as antenas serão posicionadas. Em se tratando de uma aplicação que necessita efetuar análises de dados espaciais em três dimensões, será utilizado um Modelo Numérico de Terreno, em formato matricial. Neste modelo, as quotas de elevação do terreno, em coordenadas discretas, serão armazenadas em células de uma matriz de L linhas por C colunas. Cada coordenada discreta da matriz constituirá inicialmente um elemento do conjunto de pontos viáveis para posicionamento de antenas. Posteriormente, esse espaço

de busca poderá ser reduzido arbitrariamente através da marcação de pontos proibidos, ou ainda pelo módulo do sistema *Delimitação do espaço de busca de soluções*. Esse controle de pontos viáveis e proibidos para posicionamento de antenas é possível, pois o modelo do terreno desenvolvido pode armazenar informações sobre a classificação do terreno, na forma de uma camada adicional ao mapa. Isto é especialmente útil para identificar áreas proibidas para posicionamento de antenas, tais como, água, estradas, matas, entre outros.

Antena: além das propriedades de propagação, descritas no item 2, a antena contará com atributos que descrevem sua fixação numa dada coordenada. Esses atributos são: altura da torre, polarização (horizontal / vertical) e o sentido da antena (Norte, Sul, Leste, Oeste).

Receptor: um receptor é toda e qualquer entidade, com posição fixa, que se deseja cobrir com o sinal da antena. Além de informações sobre sua localização no mapa matricial, a modelagem do objeto permite: estipular-lhe uma altura extra para o receptor, em relação ao solo; atribuir-lhe um peso, privilegiando assim o receptor ou identificando m receptores para uma mesma coordenada do mapa; e identificar a antena que o atende, com o respectivo ganho.

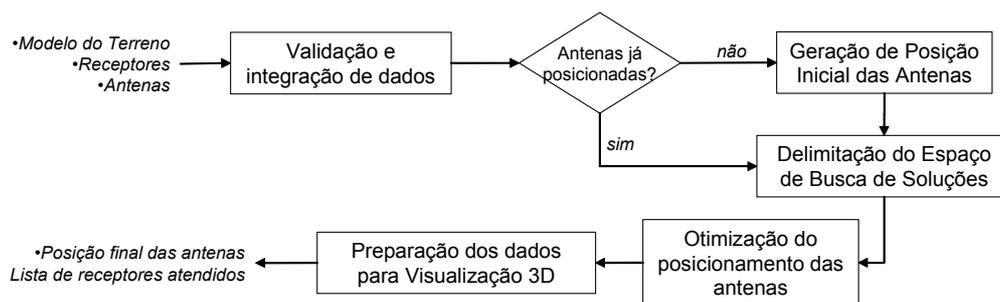


Figura 2 – Modelo do protótipo de SIG.

Após validação e integração dos dados de entrada, caso as antenas não estejam pré-posicionadas, é feita a geração de suas posições iniciais. Antes de iniciar a otimização, é delimitado o espaço de busca de pontos viáveis para posicionamento das antenas no terreno. Este processo visa reduzir a quantidade de pontos viáveis no terreno, agilizando o processo de otimização. O espaço de busca é delimitado pelo conjunto de n pontos viáveis para localização de antenas no terreno que viabilizam o atendimento de pelo menos um ponto receptor, ou seja, locais do mapa que estiverem fora do ganho de todos receptores não farão parte do espaço de busca.

O processo de otimização do posicionamento das antenas então é realizado e, antes que os resultados sejam disponibilizados, são gerados dados adicionais para futura análise visual em três dimensões (3D) da posição das antenas e dos receptores no terreno. A saída do modelo consiste na localização das antenas determinada pelo processo de otimização, além da relação dos receptores atendidos. A seguir, aspectos de implementação deste modelo serão discutidos.

3.5 Aspectos de implementação do modelo do protótipo

Esta Seção apresenta as etapas de implementação do protótipo proposto. O objetivo não é descrever exhaustivamente o processo de implementação, mas apresentar as técnicas mais importantes escolhidas para compor o *software*. Para implementação do modelo foi utilizada a linguagem C++, por se tratar de uma linguagem portátil, com boa performance de execução. A seguir são descritas as soluções adotadas para diferentes componentes do protótipo.

3.5.1 Cálculo de directividade

O cálculo de directividade é utilizado para determinar o ganho do sinal que chega até o receptor. Para efetuar o cálculo é necessário obter o ângulo menor de visada entre o receptor e a antena. O ângulo (θ) é determinado pela Equação (9).

$$\theta = \text{arc tan} (a) \quad (9)$$

onde:

a : coeficiente angular da reta que passa pelo ponto receptor e o centro da antena, em relação ao plano xOy .

O coeficiente angular da reta (a) é determinado através do Sistema de Equações (10), utilizando as coordenadas do receptor e da antena.

$$\begin{cases} z_1 = ax_{inicial} + b \\ z_2 = ax_{final} + b \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} x_{inicial} &= 0 \\ x_{final} &= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \end{aligned} \quad (11)$$

onde:

z_1 : quota do ponto receptor;

z_2 : quota da antena;

x_1, y_1 : coordenadas do ponto receptor;

x_2, y_2 : coordenadas da antena;

b : termo independente da equação da reta.

Na resolução do Sistema de Equações (10) utilizou-se Regra de Cramer, descrita em Marsden & Tromba (1999).

3.5.2 Cálculo de visada

O objetivo do cálculo de visada é determinar se existe algum ponto do terreno que obstrua o sinal de propagação direto entre o transmissor e o receptor. Uma elevação do terreno que intercepte a linha de visada entre o transmissor e o receptor caracterizará um ponto de sombra de propagação do sinal da antena transmissora e o receptor não será atendido. Além disto, numa aplicação com mais de uma antena, o cálculo de visada é necessário para garantir que as antenas mantenham uma rede de comunicação entre si.

O primeiro passo do cálculo consiste em determinar quais quotas de elevação entre o receptor e a antena serão consideradas, uma vez que o terreno é representado por uma matriz regular. Este é um problema de interpolação conhecido na computação gráfica como desenho de linhas digitais (*digital line drawing*), visto em Foley *et al.* (1994) e Glassner (1998). A solução adotada refere-se ao Algoritmo de Bresenham (1965), descrito em Foley *et al.* (1994), que seleciona os pontos da matriz que mais se aproximam à linha imaginária contínua, entre dois pontos.

O segundo passo consiste em comparar as quotas de elevação dos pontos, identificados pelo Algoritmo de Bresenham, com a reta imaginária que passa entre o ponto receptor e a antena. A altura da reta é calculada em intervalos discretos, para ser comparada com a quota de elevação do terreno. Este cálculo é realizado através da Equação (12).

$$Z(t) = Z_1 (1 - t) + tZ_2 \quad (12)$$

onde:

Z : é a quota de elevação da reta num determinado ponto;

Z_1 : é a quota de elevação do Ponto 1 (antena);

Z_2 : é a quota de elevação do Ponto 2 (receptor);

t : intervalo para cálculo de Z na reta, definido pela Equação (13)

$$t = \frac{d}{g} \quad (13)$$

onde:

d : projeção da reta com origem no Ponto 1 e limite em Ponto 2, sobre o plano xOy , ou seja, a distância entre os dois pontos, desconsiderando a quota de elevação;

g : resolução espacial do mapa.

A Figura 3 ilustra o cálculo de sombra entre um ponto A e um ponto B. A reta r passa pelos dois pontos, sendo sua quota de elevação calculada a cada intervalo definido por t , para então ser comparada com a elevação do terreno. Neste exemplo, não houve sombra na propagação do sinal entre o ponto transmissor e receptor.

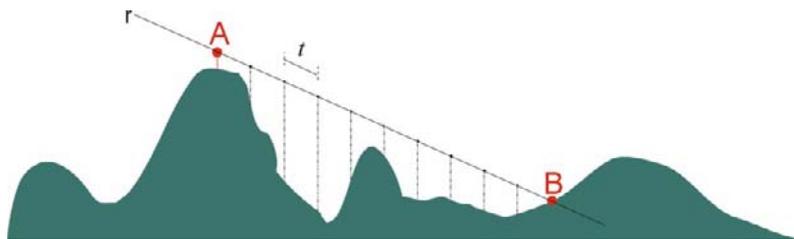


Figura 3 – Verificação de existência de sombra de transmissão do ponto A para o receptor B.

3.5.3 Visualização de dados espaciais

A informação mais importante para o usuário consiste na localização das antenas transmissoras. Este é o resultado do processo de otimização para o qual o protótipo foi desenvolvido. Esta informação está contida nos arquivos de saída do programa, através da

relação das antenas e suas respectivas localizações em coordenadas cartesianas e Sistema Universal Transverso de Mercator (*Universal Transverse Mercator* – UTM). Todavia, para melhor visualização da disposição das antenas no terreno 3D e sua relação com os pontos receptores, foi desenvolvido um programa que utiliza OpenGL. OpenGL é uma biblioteca gráfica para produção de aplicações que utilizam recursos gráficos em três dimensões, a partir de um conjunto de primitivas geométricas, segundo Woo *et al.* (1999). A plotagem do terreno em 3D é realizada pelo programa Gviter (programa implementado por André Detsch em disciplina de Computação Gráfica ministrado pelo professor Marcelo Walter, na Universidade do Vale do Rio dos Sinos, em 2001), no qual foram feitas modificações para suportar a visualização das antenas e dos receptores.

A Figura 4 mostra a janela de visualização de um terreno tridimensional, onde os pontos vermelhos representam as antenas, os pontos amarelos os receptores e as retas vermelhas, os sinais de rádio terrestres diretos entre os receptores e suas respectivas antenas servidoras. Nota-se na Figura 4-B, com cobertura verde, as antenas ao horizonte acima do terreno, devido sua altura adicional da torre.

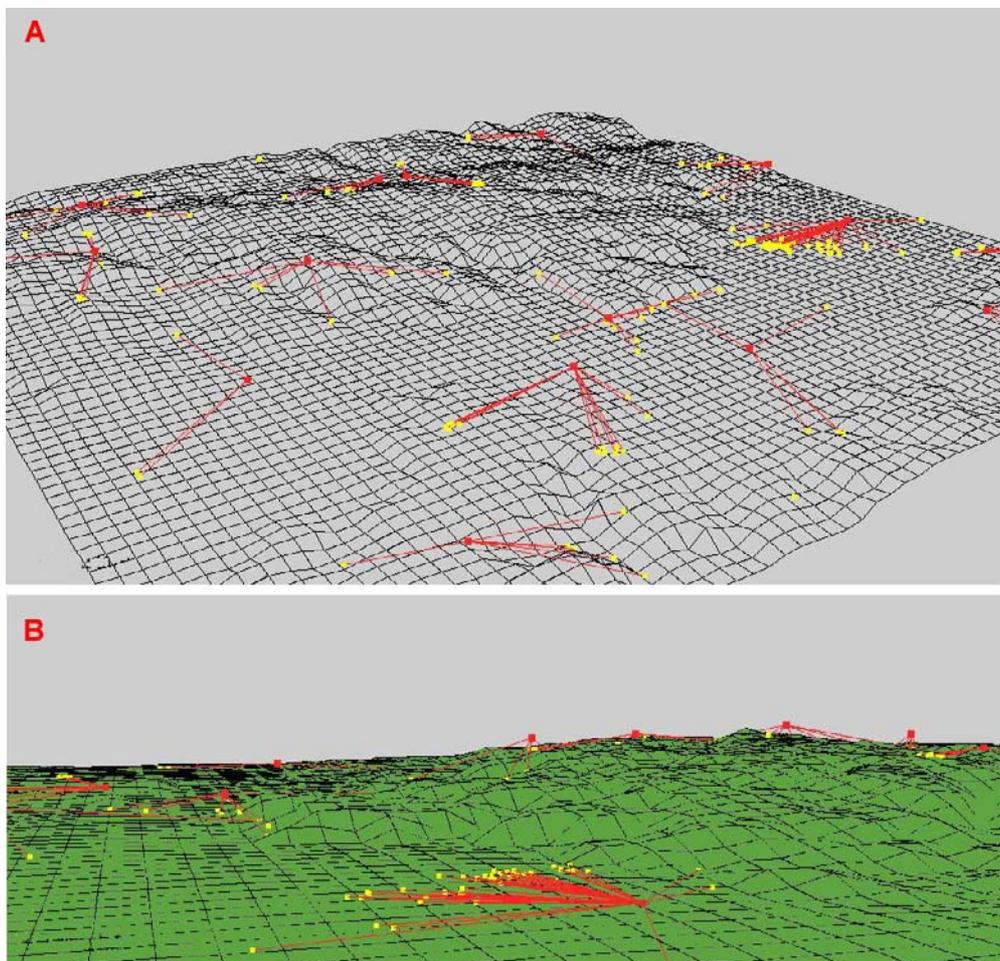


Figura 4 – Janela de visualização tridimensional dos dados espaciais manipulados pelo protótipo.

4. Experimentos e Resultados

A fim de validar o protótipo desenvolvido, foi realizada uma série de experimentos variando-se o número de antenas e receptores.

Nos experimentos foi utilizado um mapa da região de Tainhas - RS digitalizado de uma carta do exército brasileiro. O processo de digitalização foi realizado com ajuda do *software* CadMap®, através de uma mesa digitalizadora. Os dados foram exportados para o SIG Idrisi® para geração de um MDE, contendo dados de altimetria. Finalmente, o MDE foi exportado para um arquivo em formato ASCII e ajustado para o formato de entrada do protótipo aqui descrito. O mapa tem extensões de 24 por 14 quilômetros, digitalizado com 50 metros de resolução espacial, georreferenciado a um sistema de coordenadas UTM. Os limites do mapa estão situados num planalto, com poucas variações de relevo. A elevação máxima fica a 1020 metros acima do nível do mar e a mínima a 805 metros, resultando numa variação de 215 metros.

Na primeira série de experimentos, o posicionamento inicial das antenas, assim como as localizações dos pontos receptores foram definidas aleatoriamente, segundo uma distribuição uniforme, respeitando os limites do mapa. Nenhuma restrição quanto aos locais de posicionamento das antenas foi utilizada. A quantidade de antenas foi variada, nos experimentos, nos valores de 4, 8 e 12. Para representar uma antena posicionada numa torre de altura média, foi considerada uma altura adicional em relação ao solo de 30 metros.

De forma semelhante, a quantidade de receptores variou, nos experimentos, assumindo os valores de 20, 50, 100, 250 e 500. Foi considerada uma altura adicional dos receptores em relação ao solo de 2 metros, evitando assim ruídos no cálculo de visada caso os receptores estivessem exatamente ao nível do solo.

Combinando todas as variações de quantidade de antenas e receptores, totaliza-se 15 experimentos diferentes. Cada experimento foi simulado 10 vezes, com dados aleatórios.

O limite do ganho de sinal necessário para um receptor ser atendido é 56% do ganho de um receptor padrão comparativo, distante 1500 metros da antena, com directividade máxima.

Os experimentos foram simulados utilizando um microcomputador Pentium III, 800 MHz, com 128 Mb de memória RAM. O protótipo foi compilado em GCC para plataforma GNU/Linux. Os parâmetros do Algoritmo de Busca Tabu NBMAX e tamanho da Lista Tabu foram definidos em 7 e 5 respectivamente.

As Tabelas 2, 3 e 4 resumam os resultados da primeira série de experimentos. Cada tabela descreve os resultados dos experimentos, variando a quantidade de receptores, sendo que nas Tabelas 2, 3 e 4, foram utilizadas 4, 8 e 12 antenas, respectivamente.

Observa-se, através dos resultados, que o sistema obteve soluções finais com melhoras significativas com relação às soluções iniciais. Como era esperado, em razão da heurística de geração de vizinhanças utilizada, os tempos de processamento ficam significativamente longos à medida que o número de antenas aumentam. Além disto, o tempo de processamento também aumenta com a adição do número de receptores. Este último aumento deve-se principalmente ao fato do cálculo de visadas ser computacionalmente custoso.

Tabela 1 – Resultados do posicionamento de 4 antenas através do método heurístico de geração de vizinhanças usando a Busca Tabu.

Qtde. Receptores	Solução Inicial (qtde. recep. atendidos)		Solução Final (qtde. recep. atendidos)		Tempo processamento (segundos)	
	Média	σ	Média	σ	Média	σ
20	2,2	1,8	11,3	1,3	11,4	1,8
50	4,3	1,8	20,5	2,5	49,0	10,7
100	9,6	3,1	33,0	1,9	130,0	36,0
250	24,7	5,5	67,4	3,9	467,8	164,7
500	48,8	7,6	118,6	3,9	854,4	233,3

 σ : Desvio Padrão**Tabela 2** – Resultados do posicionamento de 8 antenas através do método heurístico de geração de vizinhanças usando a Busca Tabu.

Qtde. Receptores	Solução Inicial (qtde. recep. atendidos)		Solução Final (qtde. recep. atendidos)		Tempo processamento (segundos)	
	Média	σ	Média	σ	Média	σ
20	4,0	1,6	17,2	1,1	18,3	2,0
50	8,1	2,1	34,5	2,1	75,0	4,3
100	18,2	5,1	58,4	2,5	188,5	10,0
250	47,2	5,8	119,7	4,6	624,3	157,5
500	94,0	11,5	216,0	6,6	1285,4	142,4

 σ : Desvio Padrão**Tabela 3** – Resultados do posicionamento de 12 antenas através do método heurístico de geração de vizinhanças usando a Busca Tabu.

Qtde. Receptores	Solução Inicial (qtde. recep. atendidos)		Solução Final (qtde. recep. atendidos)		Tempo processamento (segundos)	
	Média	σ	Média	σ	Média	σ
20	6,1	1,8	19,9	0,3	22,7	3,3
50	12,9	2,6	42,9	1,4	96,1	5,5
100	26,7	4,4	75,7	2,5	257,2	23,6
250	70,1	8,4	162,1	4,6	956,5	295,1
500	138,5	11,5	294,8	5,2	1863,75	330,4

 σ : Desvio Padrão

Na segunda série de experimentos, utilizando os mesmos dados digitais de terreno, procurou-se validar o modelo através de uma aplicação mais próxima à realidade. Neste caso, a localização dos receptores foi determinada pelas coordenadas das construções existentes na região de Tainhas, obtidas através da carta do exército. No total, 198 construções foram assinaladas (dados do experimento disponíveis em <http://www.inf.unisinos.br/~hoffmann/tc/estudoCasoTainhas.zip>).

Os experimentos foram simulados utilizando um microcomputador Pentium IV, 1,8 GHz, com 256 Mb de memória RAM. O protótipo foi compilado em GCC para plataforma GNU/Linux. A quantidade de antenas variou em 4, 8 e 12, com alturas adicionais em relação ao solo de 5 e 30 metros, tendo suas posições iniciais definidas aleatoriamente, segundo uma distribuição uniforme. Cada antena atende os receptores que tiverem um ganho de sinal de no mínimo 56% em relação ao de um receptor padrão comparativo, distante 1500 metros da antena, com directividade máxima.

Os parâmetros do Algoritmo de Busca Tabu NBMAX e tamanho da Lista Tabu foram definidos em 7 e 5 respectivamente. Os resultados dessa segunda série de experimentos são apresentados nas Tabelas 5 e 6, onde é possível observar a melhora da cobertura dos receptores, ao final do processo de otimização.

Tabela 4 – Comparação de resultados do estudo de caso, utilizando antenas com torres de 30 metros.

Qtde. Antenas	Solução Inicial		Solução Final		Tempo processamento (segundos)
	(qtde. recep. atendidos)	Cobertura de clientes	(qtde. recep. atendidos)	Cobertura de clientes	
4	15	7,58%	89	44,95%	264
8	20	10,10%	125	63,13%	426
12	65	32,83%	150	75,75%	594

Tabela 5 – Comparação de resultados do estudo de caso, utilizando antenas com torres de 5 metros.

Qtde. Antenas	Solução Inicial		Solução Final		Tempo processamento (segundos)
	(qtde. recep. atendidos)	Cobertura de clientes	(qtde. recep. atendidos)	Cobertura de clientes	
4	4	2,02%	81	40,91%	222
8	10	5,05%	111	56,06%	258
12	42	21,21%	133	67,17%	330

As Figuras 5 e 6 mostram visualmente parte do resultado da otimização do posicionamento de 12 antenas, com torres de 30 metros e 5 metros, respectivamente. As imagens das Figuras 5-A e 6-A representam a saída do protótipo, visualizando o terreno tridimensional, com as antenas posicionadas (círculos vermelhos) e os respectivos clientes atendidos (pontos amarelos). Já as imagens das Figuras 5-B e 6-B ilustram a localização das antenas sobre a carta do exército. Comparando as figuras, afirma-se que:

- antenas com torres maiores, cobriram um espaço maior;
- antenas com torres pequenas tendem a ser posicionadas nos morros mais altos;
- e receptores próximos a encostas de morros com antenas, tendem a ficar sem sinal. Para este caso, o algoritmo de otimização encontrou soluções interessantes, como é observado na Figura 6-B, onde duas antenas cooperam no atendimento de receptores que estavam em pontos de sombra.

Os resultados demonstraram a viabilidade da utilização do protótipo frente a dados coletados do mundo real. Além disto, o protótipo se mostrou robusto para lidar com tamanhos diferentes de torres de antenas.

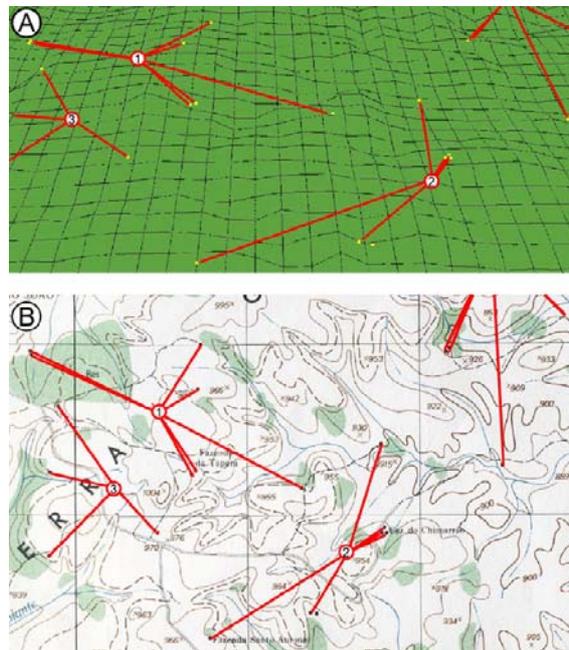


Figura 5 – Visualização de parte do resultado do posicionamento de antenas com torres de 30 metros, utilizando o Algoritmo de Busca Tabu.

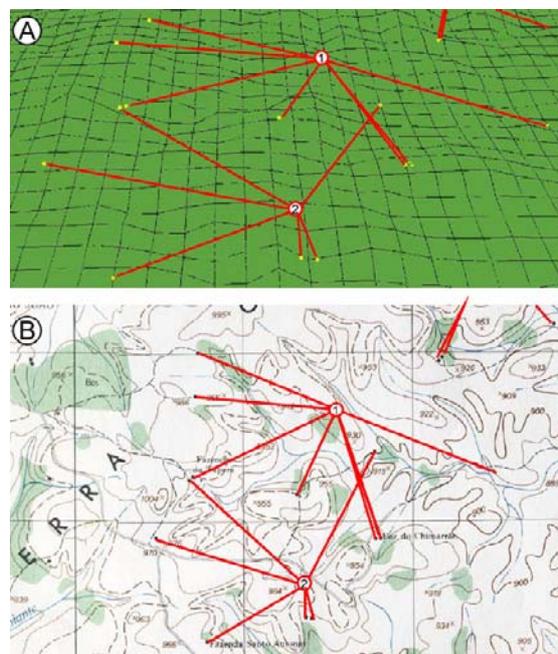


Figura 6 – Visualização de parte do resultado do posicionamento de antenas com torres de 5 metros, utilizando o Algoritmo de Busca Tabu.

Finalizando a série de experimentos, empregou-se parte dos dados utilizados no trabalho de Lorena & Pereira (2002) – dados disponíveis em <http://www.lac.inpe.br/~lorena/instancias.html>. Em se tratando de dados bidimensionais, sem um Modelo Numérico de Terreno disponível com quotas de elevação, admitiu-se que todos receptores estão na mesma altitude. Além disto, foram utilizadas as coordenadas UTM dos receptores extremos a fim de determinar o tamanho do terreno envolvente. Por fim, o terreno foi discretizado utilizando uma resolução de 10 metros.

A Tabela 7 descreve a variação dos experimentos realizados com essa nova configuração de terreno. Nota-se que foram realizados experimentos com diferentes alcances de antenas receptoras padrões, ficando o limiar de ganho mínimo em 100%. Os experimentos foram simulados utilizando um equipamento Athlon 1 GHz, com 128 Mb de memória RAM. O protótipo foi compilado em GCC para plataforma GNU/Linux. Os parâmetros NBMAX e tamanho da Lista Tabu foram definidos em 7 e 3 respectivamente.

Tabela 6 – Descrição dos experimentos realizados com os dados obtidos de Lorena & Pereira (2002).

Exp.	Número de coordenadas de pontos receptores	Demanda total de receptores	Varição do número de antenas	Varição da distância do receptor ideal (metros)	Base de dados de coordenadas de pontos receptores	Base de dados de demanda de receptores
L324	324	12.152	[1, 2, 3, 4, 5]	[800, 1200, 1600]	coord324.txt	demanda324.dat
L402	402	15.984	[1, 2, 3, 4, 5, 6]	[800, 1200, 1600]	coord402.txt	demanda402.dat
L500	500	19.707	[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]	[800, 1200, 1600]	coord500.txt	demanda500.dat

As Tabelas 8, 9 e 10 expõem os resultados dos experimentos L324, L402 e L500. Apesar dos altos tempos de processamento à medida que o número de receptores cresce, o modelo atingiu uma boa cobertura dos receptores, com poucas iterações do algoritmo baseado em Busca Tabu.

Tabela 7 – Resultados do experimento L324.

Número de antenas	Distância do receptor ideal (metros)	Número de receptores atendidos	Cobertura (%)	Melhor iteração	Tempo de processamento (segundos)
1	800	5570	45,84	1	715
2	800	8929	73,48	2	1219
3	800	11811	97,19	5	1948
4	800	12148	99,97	8	2667
5	800	12152	100,00	9	3842
1	1200	10091	83,04	1	1458
2	1200	11847	97,49	2	5141
3	1200	12152	100,00	2	2519
1	1600	12128	99,80	1	2411
2	1600	12152	100,00	1	2485

Tabela 8 – Resultados do experimento L402.

Número de antenas	Distância do receptor ideal (metros)	Número de receptores atendidos	Cobertura (%)	Melhor iteração	Tempo de processamento (segundos)
1	800	6640	41,54	1	1082
2	800	11539	72,19	3	2227
3	800	14988	93,77	4	2587
4	800	15798	98,84	7	3685
5	800	15963	99,87	6	3303
6	800	15984	100,00	8	4285
1	1200	10879	68,06	1	2143
2	1200	14995	93,81	3	4319
3	1200	15984	100,00	4	5070
1	1600	15595	97,57	1	3680
2	1600	15984	100,00	2	6204

Tabela 9 – Resultados do experimento L500.

Número de antenas	Distância do receptor ideal (metros)	Número de receptores atendidos	Cobertura (%)	Melhor iteração	Tempo de processamento (segundos)
1	800	8116	41,18	1	1972
2	800	12685	64,37	1	2709
3	800	15778	80,06	3	4065
4	800	18082	91,75	5	5396
5	800	19027	96,55	8	7418
6	800	19548	99,19	12	10449
7	800	19515	99,03	12	10414
8	800	19704	99,98	11	9436
1	1200	10894	55,28	1	3769
2	1200	18269	92,70	2	6394
3	1200	19525	99,08	5	10217
4	1200	19705	99,99	10	16549
5	1200	19707	100,00	8	15103
1	1600	14977	76,00	1	1695
2	1600	19670	99,81	3	13289
3	1600	19707	100,00	6	20358

5. Conclusões

Neste trabalho foi proposto um protótipo de um Sistema de Informação Geográfica que aborda o problema de posicionamento de torres de radiotransmissão, num dado terreno, modelado como um Problema de Localização com Máxima Cobertura. Para tanto, foram descritas as principais características dos sistemas de antenas utilizados para radiotransmissão.

O protótipo desenvolvido incorpora técnicas de geoprocessamento para armazenamento, manipulação e visualização de dados espaciais, além de um algoritmo para otimização do posicionamento das antenas, baseado numa heurística de geração de vizinhanças que utiliza Busca Tabu. Neste protótipo, o problema foi formulado como um Problema de Localização com Máxima Cobertura, de modo a maximizar a cobertura de pontos receptores, dado um número fixo de antenas.

Para validação do protótipo foram realizados experimentos utilizando um modelo digitalizado de um terreno da região de Tainhas - RS, com dados de receptores gerados aleatoriamente e obtidos através de uma carta do exército da região, além da utilização de dados obtidos da literatura. Os resultados mostraram que a arquitetura de Sistema de Informação Geográfica, utilizada para o desenvolvimento do protótipo, suportou a interpretação e manipulação de dados georreferenciados, viabilizando a análise do modelo de propagação de antenas. O SIG também facilitou a análise topológica entre as antenas transmissoras e os pontos receptores, flexibilizando o processo de geração de vizinhanças para o algoritmo de otimização de posicionamento das antenas.

Os resultados mostram que o uso do protótipo é viável para a abordagem do Problema de Localização de Antenas. Contudo, visando à continuidade do trabalho, mais restrições podem ser consideradas no protótipo de modo a aproximá-lo mais da realidade. Por exemplo, outros modelos de irradiação de antenas podem ser suportados pelo protótipo, bem como a análise dos sinais de propagação terrestre por reflexão e difração. O processo de posicionamento de antenas pode incorporar outros métodos de otimização, além de considerar a variação da polarização e direção das antenas. Ao sistema de visualização de dados espaciais em três dimensões, podem se acrescentar informações das camadas do mapa, como hidrografia e estradas, além de aplicações de sombra.

Por outro lado, existem ainda limites tecnológicos quanto à coleta e atualização de dados. Atualmente, as construções constituem os principais elementos influenciadores nos sinais das antenas. Acredita-se que, com o avanço das tecnologias de sensoriamento remoto, esses obstáculos sejam superados, viabilizando uma constante atualização dos dados, vital para aplicações que abordem o problema de localização de antenas.

Referências Bibliográficas

- (1) Cabral, G.A.; Santos, K.C.L.; Mateus, G.R. & Franqueira, R.V.L. (2004). Problema de Planejamento de Redes Celulares de Terceira Geração, Considerando Localização de Estações Rádio-Base, Controle de Potência e Múltiplos Serviços. *VI Workshop de Comunicação Sem Fio e Computação Móvel*, Fortaleza.
- (2) Câmara, G.; Casanova, M.A.; Hemerly, A.S.; Magalhães, G.C. & Medeiros, C.M.B (1996). *Anatomia de Sistemas de Informações Geográficas*. 10ª Escola de Computação, Instituto de Computação, UNICAMP, Campinas, São Paulo.
- (3) Câmara, G. (1995). Modelos, linguagens e arquiteturas para bancos de dados geográficos. Tese de Doutorado, INPE – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos.
- (4) Carvalho, M.S.; Pina, M.F. & Santos, S.M. (2000). *Conceitos Básicos de Sistema de Informações Geográficas e Cartografia Aplicados à Saúde*. Organização Panamericana da Saúde / Ministério da Saúde, Brasília.

- (5) Cooper, L. (1963). Location-allocation problems. *Operation Research*, **11**, 331-343.
- (6) Foley, J.D.; Dam, A.; Feiner, S.K.; Hughes, J.F. & Phillips, R.L. (1994). *Introduction to Computer Graphics*. Addison-Wesley, Reading.
- (7) Galvão, R.D. & Reville, C. (1996). A Lagrangean heuristic for the maximal covering location problem. *European Journal of Operational Research*, **88**, 114-123.
- (8) Galvão, R.D.; Espejo, L.G.A. & Boffey, B. (2000). A comparison of lagrangean and surrogate relaxations for the maximal covering location problem. *European Journal of Operational Research*, **124**, 337-389.
- (9) Glassner, A.S. (1998). *Graphics Gems*. Academic Press, San Diego.
- (10) Glover, F. (1989). Tabu Search I. *ORSA Journal on Computing*, **1**, 190-206.
- (11) Glover, F. & Laguna, M. (2001). *Tabu Search*. Kluwer Academic Publishers.
- (12) Glover, F.; Taillard, E.; de Werra, D. (1993). A user's guide to tabu search. *Annals of Operations Research*, **41**, 3-28.
- (13) Goldbarg, M.C. & Luna, H.P.L. (2000). *Otimização Combinatória e Programação Linear: modelos e algoritmos*. Campus, Rio de Janeiro.
- (14) Harley, J.B. & Woodward, D. (1987). *The history of cartography*. University of Chicago Press, Chicago.
- (15) Hertz, A. (1991). Tabu Search for Large Scale Timetabling Problems. *European Journal of Operational Research*, **54**, 39-47.
- (16) Hurley, S. & Whitaker, R. (2002). An agent based approach to site selection for wireless networks. *Proceedings of the 17th symposium on Proceedings of the 2002 ACM symposium on applied computing*, Madrid, Spain.
- (17) Laporte, G. & Osman, I.H. (1996). Metaheuristics in combinatorial optimization. *Annals of Operations Research*, **63**, Baltzer, Basel.
- (18) Lorena, L.A.N. (2001). Análise de redes. **In: Análise Espacial de Dados Geográficos** [edited by G. Câmara, A.M. Monteiro, S. Fuks, E. Camargo and C. Felgueiras], INPE, São José dos Campos.
- (19) Lorena, L.A.N. & Pereira, M.A. (2002). Lagrangean/surrogate heuristic for the maximal covering location problem using Hillsman's edition. *International Journal of Industrial Engineering*, **9**(1), 57-67.
- (20) Lorena, L.A.N.; Senne, E.L.F.; Paiva, J.A.C. & Pereira, M.A. (2001). Integração de modelos de localização a sistemas de informações geográficas. *Gestão e Produção*, **8**(2), 180-195.
- (21) Lytel, A. (1973). *ABC das Antenas*. Antenna Empresa Jornalística S.A., Rio de Janeiro.
- (22) Marsden, J.E. & Tromba, A.J. (1999). *Vector Calculus*. W.H. Freedman and Company, New York.
- (23) Martinha, A.V. (1987). *Antenas*. Editorial Presença, Lisboa.
- (24) Osman, I.H. & Kelly, J.P. (1996). Metaheuristics. An overview. **In: Metaheuristics: Theory and Applications** [edited by I.H. Osman and J.P. Kelly], Kluwer, Boston.

- (25) Papadimitriou, C.H. & Steiglitz, K. (1998). *Combinatorial Optimization – Algorithms and Complexity*. Dover, Mineola.
- (26) Praeger Paperback (1967). *História da Cartografia*. Praeger Paperback, Rio de Janeiro.
- (27) Raisanen, L. & Whitaker, R. (2003). Multi-objective optimization in area coverage problems for cellular communication networks: evaluation of an elitist evolutionary strategy. *Proceedings of the 2003 ACM Symposium on Applied Computing*, Melbourne, Florida.
- (28) Raisz, E. (1969). *Cartografia Geral*. Editora Científica, Rio de Janeiro.
- (29) Rardin, R.L. (1998). *Optimization in Operations Research*. Prentice Hall, New Jersey.
- (30) Santos, A.A. (1985). *Representações Cartográficas*. Editora Universitária, Universidade Federal de Pernambuco, Recife.
- (31) Santos, K.C.L.; Cabral, G.A. & Mateus, G.R. (2005). Planejamento de Redes Celulares de Terceira Geração Utilizando Algoritmos Genéticos e Heurísticas Gulosas. *23º Simpósio Brasileiro de Redes de Computadores*, Fortaleza.
- (32) Scaparra, M.P. & Scutellà, M.G. (2001). Facilities, locations, customers: building blocks of location models. Technical Report TR-01-18, Università di Pisa, Pisa.
- (33) Smit, J. (1986). *Rádio Propagação*. Érica, São Paulo.
- (34) Taillard, E.D. (1996). Heuristic methods for large centroid clustering problems. Technical Report IDSIA96-96, IDSIA.
- (35) Todt, V. (1998). Avaliação do desempenho de classificadores neurais para aplicações em sensoriamento remoto. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Centro Estadual de Pesquisas em Sensoriamento Remoto e Meteorologia, Porto Alegre.
- (36) Whitaker, R.M. & Hurley, S. (2004). On the optimality of facility location for wireless transmission infrastructure. *Computers & Industrial Engineering*, **46**, 171-191.
- (37) Vassalo, F.R. (1979). *Manual de Antenas Receptoras para TV e FM*. Plátano Editora, Lisboa.
- (38) Woo, M.; Neider, J.; Davis, T. & Shreiner, D. (1999). *OpenGL – Programming Guide*. Addison-Wesley, Massachusetts.
- (39) Zimmermann, J.; Höns, R.; Mühlenbein, H. (2003). ENCON: an evolutionary algorithm for the antenna placement problem. *Computers & Industrial Engineering*, **44**, 209-226.